



## الاستنتاج الإحصائي لمدة البقاء لمصابي فيروس كورونا في مستشفيات العزل

### بمحافظة دمياط باستخدام عائلة جومبيرتز

بحث مُستل من رسالة ماجستير في الإحصاء التطبيقي

إعداد

د. محمد محمود نصر أبو ريا

أ.سارة عمر ابراهيم علي الشاوي

أستاذ مساعد بقسم الإحصاء التطبيقي والتأمين

معيدة بقسم الإحصاء التطبيقي والتأمين

كلية التجارة - جامعة دمياط

كلية التجارة - جامعة دمياط

[saraelshawey@gmail.com](mailto:saraelshawey@gmail.com)

د. مجدي علي إبراهيم كرات

مدرس بقسم الإحصاء التطبيقي والتأمين

كلية التجارة - جامعة دمياط

المجلة العلمية للدراسات والبحوث المالية والتجارية

كلية التجارة - جامعة دمياط

المجلد السادس - العدد الأول - الجزء الرابع - يناير ٢٠٢٥

التوثيق المقترح وفقاً لنظام APA:

الشاوي، سارة عمر ابراهيم علي؛ أبو ريا، محمد محمود نصر؛ كرات، مجدي علي إبراهيم (٢٠٢٥). الاستنتاج الإحصائي لمدة البقاء لمصابي فيروس كورونا في مستشفيات العزل بمحافظة دمياط باستخدام عائلة جومبيرتز، المجلة العلمية للدراسات والبحوث المالية والتجارية، كلية التجارة، جامعة دمياط، (١)٤، ٢٣-٥٣.

رابط المجلة: <https://cfdj.journals.ekb.eg/>

## الاستنتاج الإحصائي لمدة البقاء لحصابي فيروس كورونا في مستشفيات العزل

### بمحافظة دمياط باستخدام عائلة جومبيرتز

أسارة عمر ابراهيم الشاوي؛ د. محمد محمود أبو ريا؛ د. مجدي علي إبراهيم كرات

#### ملخص:

يقدم هذا البحث تعميم جديد إستناداً إلي عائلة جومبيرتز ليكون التوزيع الجديد أكثر دقة وكفاءة من التوزيعات الأخرى يسمى هذا التوزيع: (Gompertz alpha Power Lomax distription) وتم اشتقاق مختلف الخصائص الهيكلية للتعيم الجديد مثل: دالة الكوانتيل، والتوقع الرياضي، والإحصاءات الترتيبية وغيرها من الخصائص. كما تم إثبات أن التعيم الجديد يمكن التعبير عنه كدالة خطية في دالة الكثافة لتوزيع (Gompertz). كما تم تقدير معالم التوزيع باستخدام أربعة طرق تقدير مختلفة وهي: طريقة الإمكان الأعظم، المربعات الصغرى العادية، المربعات الصغرى المرجحة وطريقة كرامر-فون-ميزس (Cramer-von-Mises Method) وتم تقييم دراسة محاكاة لتقييم أداء المقدرات باستخدام الحزمة الرياضية (15) MathCAD.

وتم تطبيق التعيم الجديد علي مجموعتين مختلفتين من البيانات الحقيقية حيث تتكون بيانات المجموعة الأولى من ٨٤ مشاهدة وهي متعلقة بأوقات الفشل وأوقات الخدمة لنموذج معين من الزجاج الأمامي للطائرات والمجموعة الثانية عبارة عن (٣٠) مريض يعانون من فيروس كورونا (COVID-19) وهذه البيانات تم تجميعها من مستشفى الصدر بدمياط عن الفترة ٢٠٢٠/٧/٢٢ إلي ٢٠٢٠/٨/٢٧. وأثبتت الدراسة مرونة التعيم الجديد مقارنة ببعض التعيمات الأخرى وذلك طبقاً لبعض مقاييس جودة التوفيق.

ومن خلال استخدام مجموعتي البيانات محل الدراسة تم تقدير معالم التوزيع الجديد (Gompertz) عددياً باستخدام الحزمة الإحصائية (15) MathCAD، من خلال طرق التقدير المستخدمة. كما تم مقارنة التعيم الجديد (Gompertz) بخمسة توزيعات أخرى وهي:

Alpha Power Inverse Lomax (APILx), Exponentiated Lomax (ELx), Marshal Olkin Lomax (MOLX), Kamarasway Invers Gompertz(KIG), Alpha Power Gompertz(APG).

#### الكلمات المفتاحية:

توزيع لوماكس –توزيع جومبيرتز- عائلة ألفا لوغاريتمي المحول –الإحصاءات الترتيبية – طريقة الإمكان الأعظم – طريقة المربعات الصغرى – طريقة المربعات الصغرى المرجحة –بيانات البقاء- Cramer-von-Mises Method

#### ١- مقدمة:

نظراً لاتساع عملية التعامل مع التوزيعات الاحتمالية، إذ أصبح لها تطبيقات كثيرة ومتعددة في مختلف مجالات الحياة، فهي تقوم بدور مهم في البحث العلمي لظواهر الحياتية المختلفة، وذلك ما يجعل عملية توليد عائلات من التوزيعات الجديدة والتي تقدم مرونة أكثر في التعامل مع الظواهر المختلفة سبباً قويا في بذل كثير من العلماء جهودهم في صياغة طرق جديدة لتوليد توزيعات جديدة ومعقدة تفي بهذا الغرض. يركز هذا البحث على استخدام بعض النماذج المتطورة التي تعتمد علي تعيم جديد لتوزيع لوماكس وتعيمه في عائلة جومبيرتز.

حيث تسمى العائلة الاولي (Alpha Power Transformation Family) والعائلة الثانية تسمى Gompertz وفي هذه الدراسة تم الحصول على تعميم جديد لتوزيع لوماكس باستخدام عائلة Alpha Power Transformation Family وتم تعميمه أيضا في عائلة Gompertz ليصبح التوزيع المعمم Gompertz alpha power lomax distribution وتحتوي العائلة الاولي علي توزيع لوماكس وهو أحد التوزيعات الاحتمالية المهمة نظراً لاستخداماته المتنوعة في العديد من المجالات مثل مراقبة الجودة ، إدارة الأعمال ،الاقتصاد ،المجالات الموثوقية وغيرها. ويوجد العديد من التوزيعات التي لها القدرة علي توفيق هذا النوع من البيانات مثل توزيع لوماكس وتوزيع (lomax وتوزيع واييل) (Weibull توزيع كومار اسوامي.kumaraswamy اما العائلة الأخرى تسمى بعائلة gompertz حيث سميت علي اسم Benjamin gompertz وتعتمد هذه العائلة علي توزيع جومبيرتر الذي يتم تطبيقه لوصف توزيع الأعمار ويستخدم في تحليل البقاء.

## ٢- مشكلة البحث:

تتحدد مشكلة البحث في إيجاد توزيع جديد باستخدام عائلة جومبيرتر لمعرفة وتقدير مدة بقاء مصابي فيروس كورونا في المستشفيات ،حيث في الأونة الأخيرة أوقع فيروس كورونا سكان العالم في حالة من القلق والتوتر بسبب انتشار المرض بكثرة بين الناس وبالتالي ظهر التكدس في المستشفيات أدي إلي عدم السيطرة علي الوضع وبالتالي فإنه سيتم استخدام عائلة جومبيرتر لإيجاد حلول لها عن طريق إمدادهم بالأكسجين اللازم والأدوات الطبية الأخرى .

## ٣-أهداف البحث:

- (١) دراسة توزيع جديد يسمى (Gompertz Alpha Power Lomax Distribution) باستخدام عائلة جومبيرتر ( Gompertz ) المكونة من أربعة معالم .
- (٢) معرفة الخصائص المختلفة للتوزيع مثل الوسط ودالة الكوانتيل والإحصاءات الترتيبية وغيرها من الخصائص .
- (٣) استخدام طرق التقدير المختلفة للتوصل لمقدر يكون أكثر كفاءة للعائلة .
- (٤) إيجاد المحاكاة للمقارنة بين طرق التقدير .
- (٥) التطبيق العملي باستخدام البيانات الحقيقية وتوضيح النتائج ومدى ملائمة النموذج.

## ٤-أهمية البحث:

تكمن أهمية البحث فيما يلي:

أولاً: الأهمية العلمية:

تتلخص الأهمية العلمية في الحصول على تعميم جديد لتوزيع لوماكس باستخدام عائلة Alpha Power Transformation family وتعميمه في عائلة (Gompertz) جومبيرتر بحيث يكون التوزيع المعمم اكثر دقة ومرونة من التوزيعات الأخرى وأكثر كفاءة أيضا. حيث يتضمن اشتقاق التوزيع الجديد توضيح وصياغة مفاهيم جديدة باستخدام الطرق الإحصائية المختلفة.

### ثانياً: الأهمية العملية:

يمكن بلورة الأهمية العملية في إمكانية تطبيق التوزيع الجديد علي البيانات الخاصة لأوقات البقاء لعينة عشوائية لبعض الأشخاص المصابين بفيروس كورونا (COVID-19) وتهدف الدراسة إلي إثبات أن التعميم الجديد يتميز بالدقة في توصيف هذا النوع من البيانات. نفترض أن المتغير العشوائي  $X$  يتبع توزيع Lomax ذو المعلمتين .

وتأخذ دالة التوزيع التراكمية CDF الصيغة التالية:

$$G(X;M)=1-(1+\lambda x)^{-\theta} \quad x > 0 \quad x \neq 1 \quad (1)$$

ودالة كثافة الاحتمال pdf الصيغة التالية :

$$g(X;M)=\lambda\theta(1+\lambda x)^{-(\theta+1)} \quad (2)$$

حيث  $M$  هي عبارة عن متجه المعلمات  $(\theta, \lambda)$ ؛ حيث  $\lambda > 0$ ،  $\theta$  وتمثل  $(\theta)$  معلمة شكل (shape) بينما تمثل  $(\lambda)$  معلمة مقياس (scale).

في الآونة الأخيرة اقترح (mahdavi A kundu2017) فئة جديدة من التوزيعات تسمى عائلة Alpha (APT) power transformation family وتم دراستها كحالة خاصة من خصائص التوزيع الأسّي لتوليد توزيعات أخرى أكثر كفاءة حيث تكون دالة التوزيع التراكمي ودالة كثافة الاحتمال للعائلة علي الشكل التالي :

$$F(x) = \begin{cases} \frac{\alpha^{G(x)} - 1}{\alpha - 1} & \text{if } \alpha > 0 \quad \alpha \neq 1 \\ G(x) & \text{if } \alpha = 1 \end{cases} \quad (3)$$

$F(X)$  : تشير هنا إلي دالة التوزيع التراكمية للعائلة Alpha power transformation family

$G(X)$ : تشير إلي دالة التوزيع التراكمية لتوزيع لوماكس (Lomax)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\log \alpha}{\alpha - 1} \alpha^{G(x)} g(x) & \text{if } \alpha > 0 \quad \alpha \neq 1 \\ g(x) & \text{if } \alpha = 1 \end{cases} \quad (4)$$

$f(X)$ : تشير إلي دالة كثافة الاحتمال للعائلة (Alpha power transformation family)

$g(x)$ : تشير إلي دالة كثافة الاحتمال لتوزيع لوماكس (Lomax)

حيث تمثل  $G(x)$  داله التوزيع التراكمية وتمثل  $g(x)=dG(x)/d(x)$

أسارة عمر ابراهيم الشاوي؛ د. محمد محمود أبو ريا؛ د. مجدي علي إبراهيم كرات

وبالتالي نحصل على دالة الكثافة الاحتمالية ودالة التوزيع التراكمي للتوزيع الجديد وهو كالآتي:

$$\text{حيث تشير } \alpha^{G(X)} \text{ إلى } \alpha^{1 - \frac{1}{(1+\lambda x)^\theta}} \text{ و تشير إلى } \frac{\lambda \theta}{(1+\lambda x)^{\theta+1}} \text{ } g(x)$$

وبالتالي تكون المعادلة كالآتي:

$$f(x, N) = \begin{cases} \frac{\alpha^{1 - \frac{1}{(\lambda x + 1)^\theta}} \theta \log(\alpha)}{(\lambda x + 1)^{\theta+1} (\alpha - 1)} \\ \frac{\theta \lambda}{(\lambda x + 1)^{\theta+1}} \end{cases} \quad (5)$$

حيث (N) هي عبارة عن متجه معلمات  $N=(\alpha, \lambda, \theta)$

في السابق تكلمنا علي التوزيع المعمم (Alpha power lomax distribution) أما العائلة الأخرى فهي عائلة Gompertz نسبة لتوزيع Gompertz الذي يتم تطبيقه لوصف توزيع الأعمار ويستخدم في تحليل البقاء وعلوم الأحياء والديموغرافيا .

وبالتالي تكون دالة كثافة الاحتمال لعائلة Gompertz:

$$f(x, a, b) = \alpha g(x) [1 - G(x)]^{-b-1} \exp\left[\frac{a}{b} (1 - (1 - G(x))^{-b})\right]$$

حيث :

$f(x)$ : تشير هنا إلي دالة كثافة احتمال لعائلة (Gompertz)

$g(x)$ : تشير إلي دالة كثافة احتمال لعائلة (alpha power lomax distribution)

وتأخذ الدالة التراكمية لعائلة (Gompertz) الصورة التالية :

$$F(x, a, b) = 1 - \exp\left[\frac{a}{b} (1 - (1 - G(x))^{-b})\right] \quad (7)$$

حيث أن :

$F(x)$ : تشير هنا إلي دالة التوزيع التراكمية لعائلة (Gompertz)

$G(x)$ : تشير إلي دالة التوزيع التراكمية لعائلة alpha power lomax distribution

أسارة عمر ابراهيم الشاوي؛ د. محمد محمود أبو ريا؛ د. مجدي علي إبراهيم كرات

بالتعويض من المعادلة (4) في المعادلة (6) و (7) نحصل على دالة الكثافة الاحتمالية والدالة التراكمية لتوزيع Gompertz- Alpha power Lomax، على الصورة التالية:

$$f(x.N) = \frac{\alpha^{1-\frac{1}{(\lambda x+1)^\theta}} a \theta \lambda \ln(\alpha)}{(\lambda x + 1)^{\theta+1} (\alpha - 1)} \left[ 1 - \frac{\alpha^{1-(1+\lambda x)^{-\theta}} - 1}{\alpha - 1} \right]^{-b-1} e^{\left\{ \frac{a}{b} \left[ 1 - \left[ 1 - \frac{\alpha^{1-(1+\lambda x)^{-\theta}} - 1}{\alpha - 1} \right]^{-b} \right] \right\}}$$

$$x \geq 0. a. b. \theta. \lambda \geq 0. \alpha > 1 \quad (8)$$

وتكون دالة التوزيع التراكمية على الصورة:

$$F(x) = 1 - e^{\left\{ \frac{a}{b} \left[ 1 - \left[ 1 - \frac{\alpha^{1-(1+\lambda x)^{-\theta}} - 1}{\alpha - 1} \right]^{-b} \right] \right\}}$$

## (2) بعض الخصائص الإحصائية للتوزيع:

وفي حالة خاصة من التوزيع عندما تكون  $\lambda = 1$  فإن شكل التوزيع يكون كالتالي:

١- دالة الكثافة الاحتمالية كالتالي:

$$f(x.N) = \frac{\alpha^{1-\frac{1}{(x+1)^\theta}} a \theta \ln(\alpha)}{(x + 1)^{\theta+1} (\alpha - 1)} \left[ 1 - \frac{\alpha^{1-(1+x)^{-\theta}} - 1}{\alpha - 1} \right]^{-b-1} e^{\left\{ \frac{a}{b} \left[ 1 - \left[ 1 - \frac{\alpha^{1-(1+x)^{-\theta}} - 1}{\alpha - 1} \right]^{-b} \right] \right\}}$$

$$X \geq 0. a. b. \theta. \alpha > 1 \quad (11)$$

٢- دالة التوزيع التراكمية كالتالي:

$$(12) F(x) = 1 - e^{\left\{ \frac{a}{b} \left[ 1 - \left[ 1 - \frac{\alpha^{1-(1+x)^{-\theta}} - 1}{\alpha - 1} \right]^{-b} \right] \right\}}$$

٣- دالة البقاء  $S(x)$  للتوزيع على الصورة التالية:

$$(13) S(x) = e^{\left\{ \frac{a}{b} \left[ 1 - \left[ 1 - \frac{\alpha^{1-(1+x)^{-\theta}} - 1}{\alpha - 1} \right]^{-b} \right] \right\}}$$

٤- دالة معدل الفشل  $h(x)$  للتوزيع تأخذ الصورة التالية:

$$h(x) = \frac{f(x)}{S(x)} = \frac{\alpha^{1-\frac{1}{(x+1)^\theta}} a \theta \ln(\alpha)}{(x+1)^{\theta+1} (\alpha-1)} \left[ 1 - \frac{\alpha^{1-(1+x)^{-\theta}-1}}{\alpha-1} \right]^{-b-1} \quad (14)$$

٥- دالة معدل الفشل المعكوسة  $r(x)$  للتوزيع تأخذ الشكل التالي:

$$r(x) = \frac{f(x)}{F(x)} = \frac{\alpha^{1-\frac{1}{(x+1)^\theta}} a \theta \ln(\alpha) \left[ 1 - \frac{\alpha^{1-(1+x)^{-\theta}-1}}{\alpha-1} \right]^{-b-1}}{e^{-\left\{ \frac{a}{b} \left[ 1 - \left[ 1 - \frac{\alpha^{1-(1+x)^{-\theta}-1}}{\alpha-1} \right]^{-b} \right] \right\}} - 1} \quad (15)$$

٦- دالة معدل الفشل التراكمية  $H(x)$  يمكن الحصول عليها من العلاقة:

$$H(x) = -\ln S(x)$$

$$(16) = -\ln \left[ e^{\left\{ \frac{a}{b} \left[ 1 - \left[ 1 - \frac{\alpha^{1-(1+x)^{-\theta}-1}}{\alpha-1} \right]^{-b} \right] \right\}} \right]$$

٧- دالة  $Quantile$  والوسيط يمكن التعبير عنهم على الصورة التالية على التوالي:

دالة  $Quantile$   $x_q$  تأخذ الصورة التالية:

$$x_q = F(x_q)^{-1} \cdot 0 < q < 1 \quad (17)$$

بالتعويض بالمعادلة (10) في المعادلة (17) نحصل على دالة ال  $Quantile$

(18)

$$x_q = \left\{ \left[ 1 - \frac{\left\{ 1 + (\alpha-1) \left[ 1 - \left[ 1 - \frac{b}{a} \ln(1-q) \right] \right]^{-\frac{1}{b}} \right\}}{\ln(\alpha)} \right]^{-\frac{1}{\theta}} - 1 \right\}$$

وبالتعويض عن  $q = 0.5$  في المعادلة (18) يمكن إيجاد قيمة الوسيط

(19)

$$x_{0.5} = \left\{ \left[ 1 - \frac{\left\{ 1 + (\alpha - 1) \left[ 1 - \left[ 1 - \frac{b}{a} \ln(0.5) \right] \right]^{\frac{1}{b}} \right\}}{\ln(\alpha)} \right]^{\frac{1}{\theta}} - 1 \right\}$$

٨- يمكن إيجاد التوقع الرياضي للتوزيع من العلاقة:

$$\mu_r = E(x^r) = \frac{a\theta \ln(\alpha)}{(\alpha - 1)} \int_0^\infty \frac{\alpha^{\frac{1}{(x+1)^\theta}}}{(x+1)^{\theta+1}} \left[ 1 - \frac{\alpha^{1-(1+x)^\theta} - 1}{\alpha - 1} \right]^{-b-1} e^{\left\{ \frac{a}{b} \left[ 1 - \left[ 1 - \frac{\alpha^{1-(1+x)^\theta} - 1}{\alpha - 1} \right]^{-b} \right\}} dx \quad (20)$$

باستخدام متسلسلات القوة:

$$\alpha^z = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^k}{k!} z^k \quad (21)$$

$$\alpha^{1-(1+ax)^{-\theta}} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\log \alpha)^k}{k!} [1 - (1 + \alpha x)^{-\theta}]^k$$

بالتعويض من معادلة (21) في معادلة (20)

$$\mu_r = \frac{a\theta \ln(\alpha)}{(\alpha - 1)} \quad (22)$$

٩- الإحصاءات الترتيبية للتوزيع يمكن الحصول عليها كما يلي:

بفرض أن لدينا  $x_1, x_2, \dots, x_n$  عينة عشوائية حجمها  $n$  مسحوبة من توزيع Gompertz- Alpha power Lomax distribution له دالة كثافة احتمالية ودالة توزيع تراكمية معطاه في (9) و (10) على التوالي. وبفرض أن  $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}$  للدلالة على الترتيب الإحصائي المعرف من العينة. فإن دالة الكثافة الاحتمالية والدالة التراكمية للإحصاء الترتيبى  $k^{th}$  وبوضع  $y = X_{(k)}$  تكون على الصورة:

$$F_y(y) = \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!} [F(y)]^{k-1} [1 - F(y)]^{n-k} f(y) \quad (23)$$

$$= \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!} \frac{\alpha^{\frac{1}{(x+1)^\theta}} a\theta \ln(\alpha)}{(x+1)^{\theta+1} (\alpha - 1)} \left[ 1 - \frac{\alpha^{1-(1+x)^\theta} - 1}{\alpha - 1} \right]^{-b-1}$$

أسارة عمر ابراهيم الشاوي؛ د. محمد محمود أبو ريا؛ د. مجدي علي إبراهيم كرات

$$\left[ 1 - e^{\left\{ \frac{a}{b} \left[ 1 - \left[ 1 - \frac{\alpha^{1-(1+x)^{-\theta}-1}}{\alpha-1} \right]^{-b} \right] \right\}} \right]^{k-1} \left[ e^{\left\{ \frac{a}{b} \left[ 1 - \left[ 1 - \frac{\alpha^{1-(1+x)^{-\theta}-1}}{\alpha-1} \right]^{-b} \right] \right\}} \right]^{n-k+1}$$

وأيضاً

$$(24) F_y(y) = \sum_{j=k}^n \binom{n}{j} [F(y)]^j [1 - F(y)]^{n-j}$$

$$= \sum_{j=k}^n \binom{n}{j} \left[ 1 - e^{\left\{ \frac{a}{b} \left[ 1 - \left[ 1 - \frac{\alpha^{1-(1+x)^{-\theta}-1}}{\alpha-1} \right]^{-b} \right] \right\}} \right]^j \left[ e^{\left\{ \frac{a}{b} \left[ 1 - \left[ 1 - \frac{\alpha^{1-(1+x)^{-\theta}-1}}{\alpha-1} \right]^{-b} \right] \right\}} \right]^{n-j}$$

### طرق التقدير المستخدمة:

يتناول هذا الجزء بالشرح بعض طرق التقدير المستخدمة لتقدير معالم التوزيع وهي الامكان الأعظم، المربعات الصغرى والمربعات الصغرى المرجحة.

### (1) طريقة الإمكان الأعظم:

تستخدم طريقة الإمكان الأعظم لتقدير معالم توزيع Gompertz- Alpha power Lomax distribution. غير المعروفة اعتماداً على عينات كاملة. [Casella and Berger, (1990)].

بفرض أن لدينا  $x_1, x_2, \dots, x_n$  عينة عشوائية حجمها  $n$  مسحوبة من توزيع Gompertz- Alpha power Lomax distribution. بمتجه معالم  $N = (a, \theta, \alpha, b)$ ، فإن دالة الامكان الاعظم بناءاً على بيانات العينة الكاملة تعطى من العلاقة:

$$L(N; \underline{x}) \propto \left( \frac{a\theta \ln(\alpha)}{\alpha-1} \right)^n \prod_{i=1}^n (1+x)^{-(\theta+1)} \left[ 1 - \frac{\alpha^{1-(1+x)^{-\theta}-1}}{\alpha-1} \right]^{-b-1} e^{\left\{ \frac{a}{b} \left[ 1 - \left[ 1 - \frac{\alpha^{1-(1+x)^{-\theta}-1}}{\alpha-1} \right]^{-b} \right] \right\}}$$

ومنها، فإن لوغاريتم دالة الإمكان هو:

$$(26) \ln l = n \ln(a) + n \ln(\theta) + n \ln(\log \alpha) - n \ln(\alpha - 1) - (\theta + 1) \sum_{i=1}^n \ln(1 + x)$$

$$-(b + 1) \sum_{i=1}^n \ln \left[ 1 - \frac{\alpha^{1-(1+x)^{-\theta}-1}}{\alpha-1} \right] + \frac{a}{b} \sum_{i=1}^n \ln \left\{ 1 - \left[ 1 - \frac{\alpha^{1-(1+x)^{-\theta}-1}}{\alpha-1} \right]^{-b} \right\}$$

أسارة عمر ابراهيم الشاوي؛ د. محمد محمود أبو ريا؛ د. مجدي علي إبراهيم كرات

ومن لوغاريتم دالة الإمكان يمكن الحصول على المشتقات الأولى للمعالم  $a, \theta, \alpha, b$  ومساواتها بالصفر كما يلي:

$$\frac{\partial \ln l}{\partial a} = \frac{n}{a} + \frac{1}{b} \sum_{i=1}^n \ln \left\{ 1 - \left[ 1 - \frac{\alpha^{1-(1+x)^{-\theta} - 1}}{\alpha - 1} \right]^{-b} \right\} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln l}{\partial \theta} = & \frac{n}{\theta} - \sum_{i=1}^n \ln(1+x) - (b+1) \sum_{i=1}^n \frac{\frac{\alpha^{1-(1+x)^{-\theta}} \ln(\alpha^{1-(1+x)})}{\alpha - 1}}{\left[ 1 - \frac{\alpha^{1-(1+x)^{-\theta} - 1}}{\alpha - 1} \right]} + \\ & \frac{a}{b} \sum_{i=1}^n \frac{-b \left[ 1 - \frac{\alpha^{1-(1+x)^{-\theta} - 1}}{\alpha - 1} \right]^{-b-1} \frac{\alpha^{1-(1+x)^{-\theta}}}{\alpha - 1} \ln(\alpha^{1-(1+x)})}{\left\{ 1 - \left[ 1 - \frac{\alpha^{1-(1+x)^{-\theta} - 1}}{\alpha - 1} \right]^{-b} \right\}} \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ln l}{\partial a} = & n - (\theta + 1) \sum_{i=1}^n \frac{x}{(1+x)} - (b+1) \sum_{i=1}^n \frac{\frac{\theta \ln(\alpha) [\alpha^{1-(1+x)^{-\theta}}] [x(1+x)^{-\theta-1}]}{\alpha - 1}}{\left[ 1 - \frac{\alpha^{1-(1+x)^{-\theta} - 1}}{\alpha - 1} \right]} + \\ & \frac{a}{b} \sum_{i=1}^n \frac{b\theta \alpha^{1-(1+x)^{-\theta}} (1+x)^{-\theta-1} \ln(\alpha)x}{\alpha - 1} \left[ 1 - \frac{\alpha^{1-(1+x)^{-\theta} - 1}}{\alpha - 1} \right]^{-b-1} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \ln l}{\partial \alpha} = \frac{n}{a \ln(\alpha)} - \frac{n}{(\alpha - 1)} - (b+1) \sum_{i=1}^n \frac{w}{\left[ 1 - \frac{\alpha^{1-(1+x)^{-\theta} - 1}}{\alpha - 1} \right]} + \frac{a}{b} \sum_{i=1}^n z \quad (29)$$

حيث أن:

$$w = - \frac{(\alpha - 1)\alpha^{[1-(1+x)^{-\theta}] - 1} [1 - (1+x)^{-\theta}] - \alpha^{[1-(1+x)^{-\theta}]}}{(\alpha - 1)^2}$$

$$z = b \left[ 1 - \frac{\alpha^{1-(1+x)^{-\theta}} - 1}{\alpha - 1} \right]^{-b-1} \frac{(\alpha - 1)\alpha^{[1-(1+x)^{-\theta}] - 1} [1 - (1+x)^{-\theta}] - \alpha^{[1-(1+x)^{-\theta}]}}{(\alpha - 1)^2}$$

$$\frac{\partial \ln l}{\partial b} = - \sum_{i=1}^n \ln \left[ 1 - \frac{\alpha^{1-(1+x)^{-\theta}} - 1}{\alpha - 1} \right] + \left\{ \frac{a}{b} \sum_{i=1}^n \frac{v}{1 - \left[ 1 - \frac{\alpha^{1-(1+x)^{-\theta}} - 1}{\alpha - 1} \right]^{-b}} - \frac{a}{b^2} \sum_{i=1}^n \ln \left\{ 1 - \left[ 1 - \frac{\alpha^{1-(1+x)^{-\theta}} - 1}{\alpha - 1} \right]^{-b} \right\} \right\}$$

(30)

حيث أن:

$$v = \left[ 1 - \frac{\alpha^{1-(1+x)^{-\theta}} - 1}{\alpha - 1} \right]^{-b} \ln \left[ 1 - \frac{\alpha^{1-(1+x)^{-\theta}} - 1}{\alpha - 1} \right]$$

المعادلات من (٢٧) الى (٣٠) ليس لها حل واضح وبالتالي يتم اللجوء الى الطرق العددية.

#### -طريقة المربعات الصغرى والمربعات الصغرى المرجحة:

تم اقتراح طريقة المربعات الصغرى والمربعات الصغرى المعدلة من قبل (Swan et.al 1988) لتقدير معلمات توزيع بيتا. يمكن الحصول على مقدرات المربعات الصغرى لمعالم توزيع Gompertz- Alpha power Lomax .distribution عن طريق تصغير المعادلة التالية على النحو التالي:

$$S(\underline{N}) = \sum_{i=1}^n \left[ F(x_{i:n}|N) - \frac{i}{n+1} \right]^2 \quad (31)$$

بالنسبة للمعالم  $a, \theta, \alpha, b$  ودالة التوزيع التراكمية المعطاة في المعادلة (١٠) بالمساواة يمكن الحصول على حل المعادلة كما يلي:

$$\sum_{i=1}^n \left[ F(x_{i:n}|N) - \frac{i}{n+1} \right]^2 \Delta_1(x_{i:n}|\underline{N}) \quad (32)$$

$$(33) \quad \sum_{i=1}^n \left[ F(x_{i:n}|N) - \frac{i}{n+1} \right]^2 \Delta_2(x_{i:n}|\underline{N})$$

$$(34) \quad \sum_{i=1}^n \left[ F(x_{i:n}|N) - \frac{i}{n+1} \right]^2 \Delta_3(x_{i:n}|\underline{N})$$

$$(35) \quad \sum_{i=1}^n \left[ F(x_{i:n}|N) - \frac{i}{n+1} \right]^2 \Delta_4(x_{i:n}|\underline{N})$$

$$\sum_{i=1}^n \left[ F(x_{i:n}|N) - \frac{i}{n+1} \right]^2 \Delta_5(x_{i:n}|\underline{N}) \quad (36)$$

أسارة عمر ابراهيم الشاوي؛ د. محمد محمود أبو ريا؛ د. مجدي علي إبراهيم كرات

حيث  $\Delta_1(x_{i.n}|N)$ ،  $\Delta_2(x_{i.n}|N)$ ،  $\Delta_3(x_{i.n}|N)$ ،  $\Delta_4(x_{i.n}|N)$ ،  $\Delta_5(x_{i.n}|N)$  معطاة في المعادلات من 32 إلى 36.

مقدرات المربعات الصغرى المرجحة للمعالم  $a, \theta, \alpha, b$  يمكن الحصول عليها عن طريق التصغير كما في المعادلة التالية:

$$W(N) = \sum_{i=1}^n \frac{(n+1)^2(n+2)}{i(n-i+1)} \left[ F(x_{i.n}|N) - \frac{i}{n+1} \right]^2$$

وهذه المقدرات يمكن الحصول عليها عن طريق حل المعادلات:

$$\sum_{i=1}^n \frac{(n+1)^2(n+2)}{i(n-i+1)} \left[ F(x_{i.n}|N) - \frac{i}{n+1} \right]^2 \Delta \quad (37)$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{(n+1)^2(n+2)}{i(n-i+1)} \left[ F(x_{i.n}|N) - \frac{i}{n+1} \right]^2 \Delta_2(x_{i.n}|N) \quad (38)$$

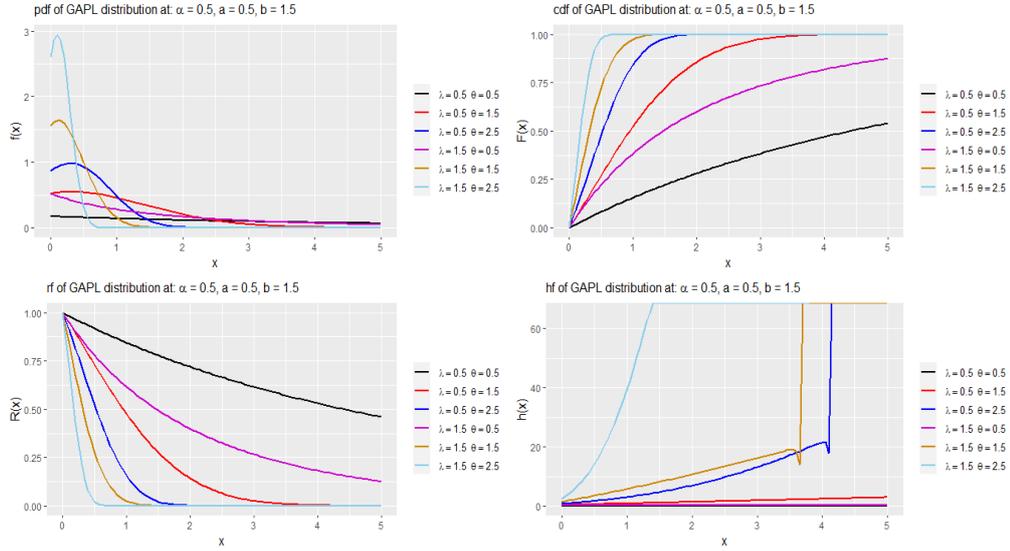
$$\sum_{i=1}^n \frac{(n+1)^2(n+2)}{i(n-i+1)} \left[ F(x_{i.n}|N) - \frac{i}{n+1} \right]^2 \Delta_3(x_{i.n}|N) \quad (39)$$

$$\sum_{i=1}^n \frac{(n+1)^2(n+2)}{i(n-i+1)} \left[ F(x_{i.n}|N) - \frac{i}{n+1} \right]^2 \Delta_4(x_{i.n}|N) \quad (40)$$

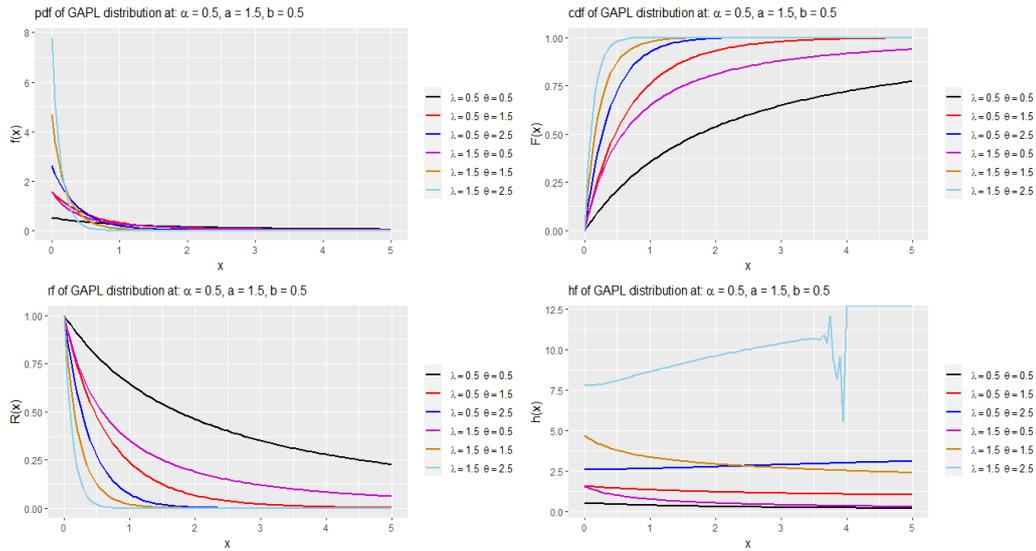
$$\sum_{i=1}^n \frac{(n+1)^2(n+2)}{i(n-i+1)} \left[ F(x_{i.n}|N) - \frac{i}{n+1} \right]^2 \Delta_5(x_{i.n}|N) \quad (41)$$

حيث  $\Delta_1(x_{i.n}|N)$ ،  $\Delta_2(x_{i.n}|N)$ ،  $\Delta_3(x_{i.n}|N)$ ،  $\Delta_4(x_{i.n}|N)$ ،  $\Delta_5(x_{i.n}|N)$  معطاة في المعادلات من (38) إلى (41) على التوالي.

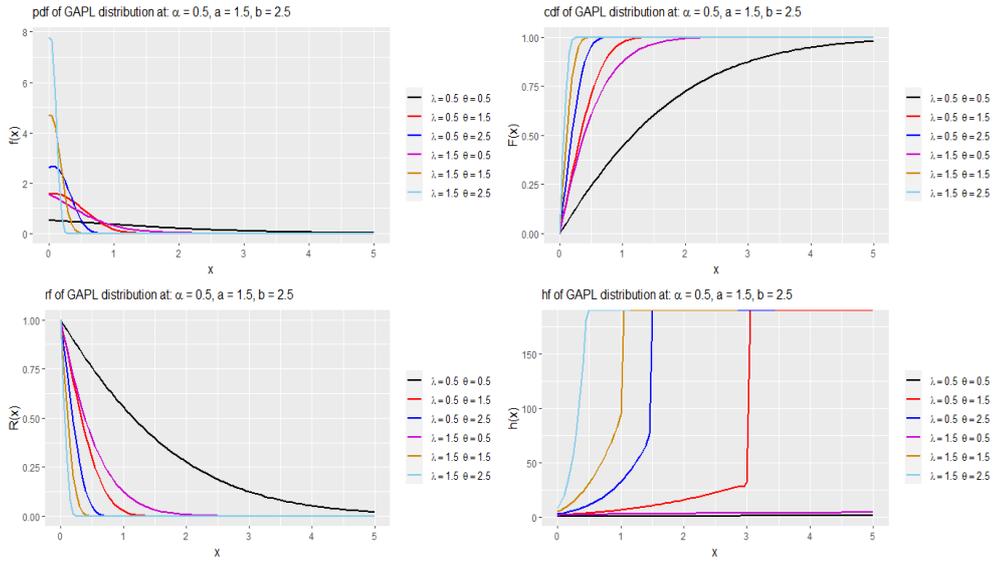
### 3- التمثيل الخطي لدالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع (GAPLX)



شكل رقم (١) بعض الأشكال الممكنة لتوزيع جومبيرتز لدوال مختلفة .



شكل رقم (٢) بعض الأشكال الممكنة لتوزيع جومبيرتز لدوال مختلفة عند قيم مختلفة للمعالم.



شكل رقم (٣) بعض الأشكال الممكنة لتوزيع جومبيرتر لدوال مختلفة عند قيم مختلفة للمعلم.

#### 4-دراسة محاكاة توزيع (GAPLX)

عند معرفة ظاهرة معينة لا بد من استخدام البيانات التي تخص تلك الظاهرة ، وعدم معرفتها بالشكل المطلوب يكون اللجوء إلى أسلوب المحاكاة لتيسير الكثير من العمليات الرياضية لاجاد حلول لبعض التكاملات والمعادلات التفاضلية المعقدة .ومن هنا تستخدم المحاكاة لمعرفة عمل أو فاعلية النموذج الذي يمثل ظاهرة ما، ومن دراسة النموذج يمكن التوصل إلى كل ما يتعلق بسلوك الظاهرة قيد الدراسة، ومن خلال استخدام دالة الكوانتيل لتوزيع (GAPLX) تم توليد الأرقام العشوائية في هذا الجزء، ومن هنا نجري دراسة محاكاة مونت كارلو (Monte Carlo simulation) لتقدير معالم توزيع (GAPLX) باستخدام أربعة طرق للتقدير وهي MLE ،LS ،WLS ،CME.

وتعد طريقة محاكاة مونت كارلو من أشهر الطرق وأكثرها استعمالاً، حيث أن هذه الطريقة تستخدم أساليب العينات التي تؤخذ من مجتمع نظري يحاكي المجتمع الحقيقي، فهي تتمتع هذه الطريقة بالمرونة والعشوائية لان تتابع توليد الأرقام العشوائية في كل تجربة من التجارب يكون مستقلاً.حيث تم إجراء دراسة محاكاة مونت كارلو بناءً على ١٠٠٠ تكرار بعينات عشوائية مختلفة لإتباع البيانات التي تم إنشاؤها من توزيع (GAPLX)، حيث يتم توزيع  $X_i$  كتوزيع (GAPLX) لمعلمت مختلفة  $(a, b, \alpha, \theta)$  بقيم فعلية مختلفة لكل معلمة ولعينات مختلفة الأحجام حيث كانت  $n=20,50,100,200$ . قمنا بمقارنة أداء طرق التقدير المختلفة MLE ،LS ،WLS ،CME بناءً على بعض معايير الجودة: الخطأ المعياري (S.E) Standard Error، مقدار التحيز Bias وجذر متوسط مربعات الخطأ (RMSE) Root Mean Square Error لأحجام عينات مختلفة، كما تم حساب متوسط التقديرات (ME) Mean Estimates لكل تقدير عن طريق استخدام الحزمة الإحصائية (15) MathCAD، وفي ثلاث حالات مختلفة كما يلي:

Case 1:  $a = 0.5, b = 1, \alpha = 0.5, \theta = 1$

Case 2:  $a = 0.3, b = 6, \alpha = 0.3, \theta = 1$

Case 3:  $a = 0.2, b = 1, \alpha = 0.2, \theta = 1$

ومن خلال نتائج المحاكاة التي تم عرضها في الملحق المرافق في الجداول للحالات الثلاثة لتوزيع GAPLX توصلت الدراسة لاتي :

1. أوضحت طرق التقدير المستخدمة MLE، LS، WLS، CME بالاعتماد على المعلومات الأولية أفضلية من حيث اقتراب القيم التقديرية من القيم الافتراضية للمعالم الأربعة  $\alpha, \theta, a, b$ .
2. أظهرت نتائج المحاكاة أن مقدرات طريقة الامكان الاعظم MLE أقل كفاءة من بقية طرق التقدير المستخدمة حيث تحتوي علي أكبر قيم لمعايير جودة النموذج في معظم حالات التقدير.
3. كلما زاد حجم العينة زادت جودة التقدير باستخدام طرق التقدير المختلفة وذلك من خلال تناقص قيم معايير جودة النموذج S.E، RMSE، Bias مما يتفق مع النظرية الإحصائية.
4. استنادا على جداول نتائج المحاكاة، تزداد قيم معايير جودة النموذج S.E، RMSE، Bias مع زيادة قيمة معلمات التوزيع (GAPLX)، لجميع طرق التقدير المختلفة.
5. طريقة المربعات الصغرى LS تمتلك أقل قيم لمعايير جودة النموذج S.E، RMSE، Bias وذلك في معظم حالات  $a, b$  لأحجام عينات مختلفة في الحالات الثلاثة.
6. توضح نتائج المحاكاة، أن طريقة المربعات الصغرى المرجحة WLS تمتلك أقل قيم لمعايير جودة النموذج S.E، RMSE، Bias وذلك في معظم حالات  $\alpha$  لأحجام عينات مختلفة في الحالات الثلاثة.
7. تأتي أفضلية طريقة كرامير CME عند تقدير المعلمة  $\theta$ ، حيث تمتلك أقل قيم لمعايير جودة النموذج S.E، RMSE، Bias وذلك لأحجام عينات مختلفة في الحالات الثلاثة لتقدير توزيع (GAPLX).
8. في حالة أحجام العينات الكبيرة ومع تناقص قيم معايير جودة النموذج S.E، RMSE، Bias كانت طريقة الامكان الاعظم MLE هي الافضل عند تقدير المعلمة  $a$ ، في الحالات المختلفة للتقدير.
9. بصورة عامة تبين من خلال نسبة الكفاءة لتقدير المعلمات الثلاثة لتوزيع (GAPLX) أفضلية طريقة كرامير CME في التقدير عن باقي الطرق المستخدمة لأحجام العينات المختلفة.

### 5-التطبيق العملي لتوزيع (GAPLX)

يتضمن هذا الفصل مجموعتين مختلفتين من البيانات حيث تم استخدامهم لإثبات أن بيانات التوزيع الجديد (GAPLX) أكثر كفاءة ومرونة من التوزيعات الأخرى، تمثل المجموعة الأولى بيانات غير مصرية تم استخدامها في كثير من الدراسات السابقة من قبل الباحثين الذين قاموا بتعميمات أخرى لتوزيع Gompertz حيث تم استخدام هذه البيانات لإثبات كفاءة التعميم الجديد مقارنة بالتعميمات الأخرى، والمجموعة الثانية من البيانات عبارة عن بيانات مصرية خاصة بأوقات الفشل لمجموعة من الحالات المصابون بفيروس كورونا COVID-19 وهذه البيانات وفقا لمستشفى الصدر بدمياط.

تم عمل تقدير لمعالم توزيع (GAPLX) باستخدام طريقة الإمكان الأعظم من خلال برنامج (14) MathCAD، كما تم استخدام تلك التقديرات للتأكد من جودة وملاءمة البيانات للتوزيع الجديد من خلال استخدام بعض الاختبارات والمقاييس مثل اختبار كولومجروف-سميرنوف وحساب قيمة (P-value) و أيضا (AIC، BIC، HQIC، CAIC،  $A^*$ ،  $W^*$ ) لمقارنة التوزيع الجديد ببعض

أسارة عمر ابراهيم الشاوي؛ د. محمد محمود أبو ريا؛ د. مجدي علي إبراهيم كرات

التوزيعات الأخرى وهي: Exponentiated ،Alpha power inverse Lomax (APILx) ،Lomax (ELx) ،Kamarasway invers ، marshal olkin lomax(MOL) ،alpha power Gompertz (APG) ،Gompertz(KIG)

كما تم أيضا الحصول على تقدير معالم التوزيع (GAPLX) من خلال طرق التقدير وهي الإمكان الأعظم والمربعات الصغرى والمربعات الصغرى المرجحة لعرض مقدرات المعالم للمجموعة الأولى والثانية من البيانات، كما تم حساب الخطأ المعياري لطريقة الإمكان الأعظم من خلال برنامج 15 MathCAD

#### (2-4) البيانات المستخدمة

تم التطبيق على مجموعتين مختلفتين من البيانات الحقيقية حيث تمثل المجموعة الأولى مجموعة من البيانات تتكون من 84 مشاهدة وهي متعلقة بأوقات الفشل وأوقات الخدمة لنموذج معين من الزجاج الأمامي للطائرات ، والمجموعة الثانية من البيانات عبارة بيانات خاصة بأوقات الفشل لعينة عشوائية من المرضى يعانون من فيروس كورونا COVID-19 وهذه البيانات وفقا لمستشفى الصدر بدمياط، حيث تم استخدام هذه البيانات للوصول الى هدف الدراسة وهو الحصول على تعميم جديد لتوزيع جومبيرتز ألفا باور لوماكس له القدرة على التوفيق الأمثل لبيانات البقاء.

#### (3-4) تقديرات الإمكان الأعظم لمعلمت توزيع (GAPLX) والتوزيعات المقارنة

في هذا الجزء تم الحصول على تقديرات لمعلمت التوزيع الجديد (GAPLX) والتوزيعات المقارنة عدديا عن طريق استخدام طريقة الإمكان الأعظم من خلال برنامج (14) MathCAD. وسوف يتم عرض النتائج التي تم الحصول عليها من خلال التطبيق على مجموعتي البيانات موضع الدراسة.

#### (1-3-4) تقديرات الإمكان الأعظم للمجموعة الأولى من البيانات

في الجدول التالي سوف يتم عرض تقديرات الإمكان الأعظم لتوزيع (GAPLX)، وكذلك تقديرات الإمكان الأعظم للتوزيعات المقارنة وهي ، (APILx)، (ELx)، (MOLX)، (KIG)، (APG) بالتطبيق على بيانات المجموعة الأولى جدول1.

جدول(1) تقديرات الإمكان الأعظم لمعلمت توزيع (GAPLX) والتوزيعات المقارنة للمجموعة الأولى من البيانات

تقديرات الإمكان الأعظم							التوزيع
B	A	$\Gamma$	B	$\Theta$	$\Lambda$	A	
0.6 (2.14)	0.5 (0.024)			0.9 (1.633)		0.5 (1.348)	GAPLX
٠,٦ (1.422)	٤ (5.356)	-	-			٢ (4.062)	APLx
-	-	-	-	٤,٥ (25.449)	٠,٨ (0.032)	٠,٢ (3.675)	ELX
-	-	١ (9.7)	٠,٥ (1.552)	-	١ (18.029)	٢ (11.141)	MOLX
-	-	-	٠,٢ (0.428)	-	٠,٣ (4.651)	٠,٢ (148.8)	KIG
١ (0.94)	-	-	-	-	٠,٤ (0.136)	-	APG

أسارة عمر ابراهيم الشاوي؛ د. محمد محمود أبو ريا؛ د. مجدي علي إبراهيم كرات

## (2) تقديرات الإمكان الأعظم للمجموعة الثانية من البيانات:

يعرض جدول تقديرات الإمكان الأعظم لتوزيع (GAPLX)، وكذلك تقديرات الإمكان الأعظم للتوزيعات المقارنة وهي، (APLX)، (ELx)، (MOLX)، (KIG)، (APG) من خلال التطبيق على بيانات المجموعة الثانية.

جدول (2) يعرض تقديرات الإمكان الأعظم لتوزيع (GAPLX) وتقديرات الإمكان الأعظم للتوزيعات المقارنة من خلال التطبيق على بيانات المجموعة الثانية.

تقديرات الإمكان الأعظم							التوزيع
B	a	$\Gamma$	B	$\Theta$	$\Lambda$	A	
0.3 (2.634)	0.1 (0.108)			0.2 (0.406)		0.1 (0.211)	GAPLX
0.6 (1.383)	4 (3.516)	-	-	-	-	2 (0.147)	APLX
-	-	-	-	9.3 (1.051)	33 (4.795)	22 (11.595)	ELx
-	-	5.3 (13.282)	4.8 (1.464)	-	0.49 (0.978)	4.6 (1.308)	MOLX
-	-	-	0.2 (1.214)	-	0.01 (2.645)	0.5 (6.041)	KIG
0.2 (0.179)	-	-	-	-	0.4 (0.139)	-	APG

## (3) عرض مقدرات المعلمات لطرق التقدير المختلفة لتوزيع (GAPLX)

في هذا الجزء تم الحصول على تقديرات لمعلمات التوزيع الجديد (GAPLX) عددياً عن طريق استخدام طرق التقدير المختلفة من خلال برنامج (14) MathCAD. وسوف يتم عرض النتائج التي تم الحصول عليها من خلال التطبيق على مجموعتي البيانات موضع الدراسة.

مقدرات المعلمات لطرق التقدير المختلفة لتوزيع (GAPLX) للمجموعة الأولى من البيانات

في الجدول التالي سوف يتم عرض التقديرات المختلفة لتوزيع (GAPLX) وكذلك الخطأ المعياري (S.E) لطريقة الإمكان الأعظم من خلال التطبيق على بيانات المصرية)

جدول (3) التقديرات المختلفة لتوزيع (GAPLX)

Model	Methods	Estimates					
		a	b	$\alpha$	$\theta$	$W^*$	$A^*$
GAPLX (a, b, $\alpha$ , $\theta$ )	MLE	0.1 (0.108)	0.3 (2.634)	0.1 (0.211)	0.2 (0.406)	0.100	0.706
	LS	1.841	17.224	13.811	0.246	0.093	0.749
	WLS	5.357	0.014	3.553	1.638	0.226	1.454
	CME	1.541	9.83	25.84	0.404	0.103	0.835

## اختبار جودة توفيق توزيع (GAPLX)

في هذه الدراسة تم استخدام اختبار كولوموجروف-سميرنوف لاختبار جودة توفيق توزيع (ALTLx) للبيانات، وأيضا للتأكد من مرونة التوزيع الجديد (GAPLX) تم استخدام مجموعة من مقاييس جودة التوفيق وهي (W\*, A\*, CAIC, HQIC, BIC, AIC).

### (1) اختبار جودة التوفيق للمجموعة الأولى من البيانات

تم الحصول على إحصاءة كولوموجروف-سميرنوف من خلال استخدام تقديرات الإمكان الأعظم الموضحة في جدول (1-4)، وأيضا تم حساب قيمة (P-value) من خلال برنامج MathCAD (14) كالتالي:

○ اختبار كولوموجروف-سميرنوف لتوزيع (GAPLX)

(1) الفرض العدم: توزيع البيانات لا يختلف جوهريا عن توزيع (GAPLX).

(2) الفرض البديل: توزيع البيانات يختلف جوهريا عن توزيع (GAPLX).

(3) إحصاءة الاختبار:

$$k.s_{cal} = \max \left\{ \max \left[ \frac{i}{n} - F(x) \right], \max \left[ F(x) - \frac{i-1}{n} \right] \right\}$$

$$= 0.08$$

(4) P-value:

$$p - value = p(k.s_{\alpha} \geq k.s_{cal}) = 0.663$$

القرار: قبول الفرض العدم القائل بأن توزيع البيانات لا يختلف جوهريا عن توزيع

(GAPLX)

الجدول التالي (4) يعرض النتائج الخاصة بمقاييس جودة التوفيق CAIC, HQIC, BIC,

(W\*, A\*, AIC) للتوزيع الجديد (GAPLX) والتوزيعات المقارنة من خلال برنامج

MathCAD (14) باستخدام تقديرات الإمكان الأعظم في جدول (1).

مقاييس جودة التوفيق									التوزيع
W*	A*	P-value	K.s	CAIC	HQIC	BIC	AIC	-2L	
0.075	0.543	0.663	0.337	264.62	268.737	276.005	263.851	253.851	GAPLX
0.238	1.872	0.127	0.873	282.548	291.405	295.766	288.473	282.473	ELx
0.322	2.389	0.093	0.135	297.58	300.212	304.573	297.28	291.28	APILX
0.060	0.521	0.509	0.09	266.623	270.025	275.84	266.116	258.116	MOLX
0.290	2.237	0.031	0.969	304.094	306.726	311.087	303.794	297.794	KIG
0.322	1.927	0.147	0.853	271.144	272.951	275.858	270.996	266.996	APG

جدول (4) يعرض بعض مقاييس جودة التوفيق لتوزيع (GAPLX) والتوزيعات المقارنة للمجموعة الأولى من البيانات ومن الجدول يتضح التالي:

(1) يعتبر توزيع (GAPLX) أفضل من التوزيعات الأخرى في توفيق هذه المجموعة من

البيانات حيث أن قيم (W\*, A\*, K.S) أقل ما يمكن عند هذا التوزيع، وكما أن هذا التوزيع

وكما أن هذا التوزيع له أعلى قيمة عند P-value

أسارة عمر ابراهيم الشاوي؛ د. محمد محمود أبو ريا؛ د. مجدي علي إبراهيم كرات

2) من خلال مقاييس (CAIC, HQIC, BIC, AIC) فإن توزيع (GAPLX) يحقق أقل قيم مقارنة بالتوزيعات الأخرى وهذا يدل على كفاءة التوزيع الجديد.

## (2) اختبار جودة التوفيق للمجموعة الثانية من البيانات

تم استخدام تقديرات الإمكان الأعظم الموضحة في جدول (2) لحساب إحصاء كولوموجروف-سميرنوف ( $k.s_{cal}$ ) وأيضاً قيمة (P-value) عن طريق استخدام برنامج (14) Mathcad كالآتي:

○ اختبار كولوموجروف-سميرنوف لتوزيع (GAPLX) عند  $\alpha=0.05$

٥) الفرض العدم: توزيع البيانات لا يختلف جوهرياً عن توزيع (GAPLX).

٦) الفرض البديل: توزيع البيانات يختلف جوهرياً عن توزيع (GAPLX).

٧) إحصاء الاختبار:

٨) إحصاء الاختبار:

$$k.s_{cal} = \max \left\{ \max \left[ \frac{i}{n} - F(x) \right], \max \left[ F(x) - \frac{i-1}{n} \right] \right\}$$

$$= 0.137$$

٩) P-value:

$$p - value = p(k.s_{\alpha} \geq k.s_{cal}) = 0.625$$

١٠) القرار: قبول الفرض العدم القائل بأن توزيع البيانات لا يختلف جوهرياً عن توزيع (GAPLX).

الجدول التالي (4-6) يوضح مقاييس جودة التوفيق ( $W^*, A^*, CAIC, HQIC, BIC, AIC$ ) للتوزيع الجديد (GAPLX) والتوزيعات المقارنة الأخرى التي تم الحصول عليها من خلال برنامج (14) MathCAD باستخدام تقديرات الإمكان الأعظم في جدول (2)

جدول (5)

مقاييس جودة التوفيق									التوزيع
$W^*$	$A^*$	P-value	K.s	CAIC	HQIC	BIC	AIC	$-2\hat{L}$	
0.100	0.706	0.625	0.137	163.609	163.35	168.114	161.109	151.109	GAPLX
0.403	2.357	0.059	0.242	163.953	171.067	173.926	169.722	163.722	ELx
0.347	2.056	0.146	0.209	168.746	169.167	172.026	167.823	161.823	APILX
0.196	1.125	0.275	0.133	164.167	164.63	168.172	162.567	154.567	MOLX
0.21	1.294	0.176	0.824	165.412	165.834	168.693	164.489	158.49	KIG
0.438	2.848	0.026	0.974	194.225	193.803	197.084	192.88	186.88	APG

ومن الجدول السابق يتضح التالي:

١) من خلال الاعتماد على مقاييس ( $W^*, A^*, K.S$ ) فإنه يمكننا القول بأن التوزيع الجديد (GAPLX) تفوق على التوزيعات الأخرى في توفيق مجموعة البيانات، حيث أن القيم عند هذه الإحصاءات أقل ما يمكن عند هذا التوزيع وأيضاً له أعلى قيمة عند P-value.

- (2) من خلال مقاييس (AIC, BIC, HQIC, CAIC) فإن توزيع (GAPLX) يحقق أقل قيم مقارنة بالتوزيعات الأخرى وهذا يدل على كفاءة التوزيع الجديد.
- (3) يتضح أن هذا التعميم الجديد (GAPLX) له القدرة على توفيق البيانات بشكل أفضل مقارنة ببعض التعميمات الأخرى لتوزيع لوماكس LX وتوزيع GM.

## (6) النتائج

أهم ما توصلت إليه الدراسة من نتائج يمكن عرضها في النقاط التالية:

- (1) الحصول على تعميم جديد من خلال عائلة جومبيرتز وعائلة لوماكس اللوغاريتمية (GAPLX) ذي اربع معلمات، وهذا التعميم الجديد يعطي دقة أعلى في توفيق البيانات.
- (2) دراسة بعض الخصائص الإحصائية للتعميم الجديد (GAPLX) مثل دالة الاحصاءات الترتيبية، ودالة البقاء، وداله الكوانيل، ودالة الخطر، ودالة معدل الفشل، ودالة المعدل المعكوسة، ودالة معدل الفشل التراكمية.
- (3) الحصول على مقدرات التعميم الجديد (GAPLX) باستخدام بعض طرق التقدير وهي الإمكان الأعظم، المربعات الصغرى، المربعات الصغرى المرجحة و-Cramer-von-Mises، مع تقديم دراسة محاكاة له لمقارنة أداء مختلف المقدرات وذلك باستخدام الحزمة الإحصائية (14) MathCAD.
- (4) التطبيق على مجموعتين مختلفتين من البيانات وذلك لإثبات كفاءة التعميم الجديد (GAPLX)، المجموعة الأولى تشمل 84 مشاهدة لبيانات لأوقات الفشل وأوقات الخدمة لنموذج معين من الطائرات، والمجموعة الثانية عبارة عن مجموعة من البيانات الخاصة بأوقات الفشل لعينة عشوائية مكونة من 30 مريضاً حيث تتراوح أعمارهم من 45 الى 80 سنة حيث تم الحصول على هذه البيانات من مستشفى الصدر بدمياط في الفترة من 2020/7/22 الى 2020/8/27. يوجد في الملحق المرافق
- (5) من خلال استخدام بعض مقاييس جودة التوفيق (K-value، P، A\*، W\*) (AIC، BIC، HQIC، CAIC، s) تم مقارنة التعميم الجديد (GAPLX) ببعض التوزيعات الأخرى (ELx، PLx، APILx، ILx، WLx) وتم التوصل الى أن التعميم الجديد (GAPLX) يعطي دقة أعلى في توفيق مجموعتي البيانات.

## (2-5) التوصيات

بناءً على ما توصلت إليه الدراسة من نتائج يوصى بالآتي:

- تطبيق التعميم الجديد (GAPLX) على العديد من الظواهر الحياتية الأخرى للحصول على نتائج أدق في توفيق البيانات.
  - تقدير معلمات التعميم الجديد (GAPLX) من خلال استخدام العديد من طرق التقدير الأخرى مثل الطريقة البيزية وغيرها.
- الدمج بين التعميم الجديد (GAPLX) وبعض من عائلات التوزيعات الإحصائية الأخرى.

---

---

## المراجع

- Alhassan, Abukari. "Gompertz ampadu class of distributions: properties and applications." *Journal of Probability and Statistics* 2022 (2022).
- Aboraya, Mohamed, et al. "A novel Lomax extension with statistical properties, copulas, different estimation methods and applications." *Bulletin of the Malaysian Mathematical Sciences Society* 45.Suppl 1 (2022): 85-120
- BRODERICK OLUYEDE, Simbarashe Chamunorwa; CHIPEPA, Fastel; ALIZADEH, Morad. The Topp-Leone Gompertz-G family of distributions with applications
- COLL, St Anthonys, et al. Statistical properties and different methods of estimation of Gompertz distribution with application.
- DEY, Sanku; MOALA, Fernando A.; KUMAR, Devendra. Statistical properties and different methods of estimation of Gompertz distribution with application. *Journal of Statistics and Management Systems*, 2018, 21.5: 839-876
- El-Bassiouny, A. H., et al. "Exponentiated generalized Weibull-Gompertz distribution with application in survival analysis." *J. Stat. Appl. Probab* 6.1 (2017): 7-16
- El-Gohary, Awad, Ahmad Alshamrani, and Adel Naif Al-Otaibi. "The generalized Gompertz distribution." *Applied mathematical modelling* 37.1-2 (2013): 13-24.
- Hamed, Mohamed S., Gauss M. Cordeiro, and Haitham M. Yousof. "A new compound lomax model: properties, copulas, modeling and risk analysis utilizing the negatively skewed insurance claims data." *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research* (2022): 601-631
- HAMED, Mohamed S.; CORDEIRO, Gauss M.; YOUSOF, Haitham M. A new compound lomax model: properties, copulas, modeling and risk analysis utilizing the negatively skewed insurance claims data. *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research*, 2022, 601-631
- Hadi, Hadi Hassan, and Nadia Hashim Al-Noor. "Truncated exponential Marshall Olkin Lomax distribution: Properties, entropies, and

---

---

applications." *AIP Conference Proceedings*. Vol. 2414. No. 1. AIP Publishing, 2023.

Mead, Mohamed E., et al. "The alpha power transformation family: properties and applications." *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research* (2019): 525-545.

MEAD, Mohamed E., et al. The alpha power transformation family: properties and applications. *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research*, 2019, 525-545

Mahmoud, M. R., R. M. Mandouh, and R. E. Abdelatty. "Lomax-Gumbel {Frechet}: A New Distribution." *J. Adv. Math. Computer Sci* 31 (2019): 1-19

Mazucheli, Josmar, André Felipe Menezes, and Sanku Dey. "Unit-Gompertz distribution with applications." *Statistica* 79.1 (2019): 25-43.

Moakofi, Thatayaone, and Broderick Oluyede. "Type II exponentiated half-logistic Gompertz-G family of distributions: properties and applications." *Mathematica Slovaca* 73.3 (2023): 785-810.

## الملاحق

### نتائج المحاكاة للحالات الثلاث

جدول (1-3) متوسط التقديرات ومعايير الجودة لمعالم توزيع (GAPLX) في الحالة الأولى

(Case1: $a = 0.5, b = 1, \alpha = 0.5, \theta = 1$ )						
n	Methods		ME	Bias	RMSE	S.E
20	MLE	a	1.393	0.893	4.781	1.891
		b	-12.062	-22.062	60.292	2.806
		$\alpha$	14.301	13.801	40.251	1.891
		$\theta$	5.442	13.301	13.748	0.174
	LS	a	-1.506	-0.088	0.246	0.033
		b	2.298	1.298	1.508	0.038
		$\alpha$	0.412	-0.588	0.631	0.012
		$\theta$	2.969	-0.588	1.996	0.095
	WLS	a	-1.366	-0.137	0.197	0.028
		b	2.387	1.387	1.478	0.026
		$\alpha$	0.363	-0.637	0.652	0.007
		$\theta$	2.854	-0.637	1.253	0.054
	CME	a	-1.52	0.577	0.818	0.033
		B	-1.616	-2.616	3.195	0.092
		a	1.077	0.077	0.585	0.029
		$\theta$	0.886	0.077	0.431	0.02
50	MLE	A	1.124	0.624	10.88	2.63
		B	-16.828	-17.828	218.29	4.351
		$\alpha$	10.744	10.244	132.04	2.633
		$\theta$	3.061	9.744	9.799	0.021
	LS	A	-1.103	-0.014	0.174	0.012
		b	1.886	0.886	1.067	0.012
		$\alpha$	0.486	-0.514	0.543	0.003
		$\theta$	2.165	-0.514	0.852	0.014
	WLS	a	-0.997	-0.061	0.131	0.005
		B	2.299	1.299	1.343	0.007
		$\alpha$	0.439	-0.561	0.573	0.002
		$\theta$	2.113	-0.561	0.845	0.013
	CME	A	-1.48	0.467	0.755	0.012
		B	-0.859	-1.859	2.339	0.028
		$\alpha$	0.967	-0.033	0.599	0.012
		$\theta$	0.905	-0.033	0.312	0.006
100	MLE	A	0.61	0.11	1.495	0.169
		B	-6.932	-7.932	28.415	0.273
		$\alpha$	4.856	4.356	17.486	0.169
		$\theta$	1.923	3.856	3.909	0.006
	LS	A	-0.826	0.02	0.197	0.005
		B	1.69	0.69	0.871	0.005
		$\alpha$	0.52	-0.48	0.518	0.002
		$\theta$	1.811	-0.48	0.676	0.005
	WLS	A	-0.821	-0.017	0.119	0.002
		B	2.423	1.42	1.49	0.005
		$\alpha$	0.483	-0.517	0.53	0.001

200	CME	$\theta$	1.777	-0.517	0.687	0.005
		$\alpha$	-1.29	0.259	0.579	0.006
		B	-0.312	-1.312	1.845	0.013
		$\alpha$	0.759	-0.241	0.571	0.005
		$\theta$	0.949	-0.241	0.37	0.003
	MLE	A	0.554	0.054	0.219	0.006
		B	-2.799	-3.799	4.125	0.08
		$\alpha$	2.795	2.295	2.569	0.006
		$\theta$	1.61	1.79	1.834	0.002
	LS	A	-0.648	0.08	0.196	0.001
		B	1.674	0.674	0.814	0.002
		$\alpha$	0.58	-0.42	0.457	0.001
		$\theta$	1.56	-0.42	0.555	0.002
	WLS	A	-0.747	0.025	0.1	0.001
		B	2.631	1.631	1.693	0.002
		$\alpha$	0.525	-0.475	0.485	0.001
		$\theta$	1.522	-0.475	0.598	0.002
	CME	A	-1.207	0.192	0.464	0.003
		B	0.244	-0.756	1.49	0.006
		$\alpha$	0.692	-0.308	0.522	0.002
$\theta$		1.001	-0.308	0.421	0.001	

يعرض جدول(1-3) نتائج دراسة محاكاة مونت كارلو في الحالة الأولى *Case 1* التي تحتوي على قيم افتراضية لمعالم التوزيع الأربعة  $\theta = 1, \alpha = 0.5, b = 1, a = 0.5$ . ويتضح من جدول(1-3) أنه عندما يكون حجم العينة صغير  $n = 20$ ، نلاحظ عند تقدير المعلمة  $a, b$  أن أقل قيمة لمعايير جودة النموذج S.E، RMSE، Bias كانت عند استخدام طريقة المربعات الصغرى المرجحة WLS، بينما أكبر قيمة لهذه المعايير كانت عند استخدام طريقة الامكان الاعظم MLE. وعند تقدير المعلمة  $\theta, \alpha$  نجد أن قيمة المعايير S.E، RMSE، Bias كانت عند استخدام طريقة كرامير CME، بينما أكبر قيمة لهذه المعايير كانت عند استخدام طريقة الامكان الاعظم MLE. علاوة على ذلك، عند تقدير المعلمة  $\theta$  نجد أن أقل قيمة لمعايير S.E، RMSE، Bias عند استخدام طريقة كرامير CME بينما أكبر قيمة لهذه المعايير كانت عند استخدام طريقة الامكان الاعظم MLE وتتقارب قيم المعايير في الطرق الأخرى.

عندما يكون حجم العينة متوسط  $n = 50$  يتضح أن قيم معايير جودة النموذج S.E، RMSE، Bias تقل مع زيادة حجم العينة. نلاحظ عند حجم عينة  $n = 50$  كانت أقل قيمة لمعايير S.E، RMSE، Bias عند استخدام طريقة المربعات الصغرى المرجحة WLS وذلك عند تقدير المعلمة  $a, b, \alpha$ ، وكانت أكبر قيمة عند استخدام طريقة الامكان الاعظم MLE، علاوة على ذلك، عند تقدير المعلمة  $\theta$  نجد أن أقل قيمة لمعايير S.E، RMSE، Bias عند استخدام طريقة كرامير CME بينما أفضل طريقة هي طريقة الامكان الأعظم.

عندما يكون حجم العينة كبير  $n = 100$  نجد أن أكبر قيمة لمعايير جودة النموذج كانت عند استخدام طريقة الامكان الأعظم MLE عند تقدير المعلمة  $a$  وأقل قيمة عند المربعات الصغرى المرجحة WLS، وعند تقدير المعلمة  $b$  كانت طريقة المربعات الصغرى العادية أقل وأكبر عند الامكان الأعظم، بينما عند تقدير المعلمة  $\alpha$  كانت أكبر عند استخدام طريقة الامكان الأعظم وأقل عند المربعات الصغرى المرجحة WLS والمعلمه  $\theta$  أقل عند استخدام طريقة كرامير .

أسارة عمر ابراهيم الشاوي؛ د. محمد محمود أبو ريا؛ د. مجدي علي إبراهيم كرات

عندما يكون حجم العينة كبير  $n = 200$  نجد أن أكبر قيمة لمعايير جودة النموذج كانت عند استخدام طريقة الامكان الأعظم MLE عند تقدير المعلمة  $a$  وأقل قيمة عند المربعات الصغرى المرجحة WLS، وعند تقدير المعلمة  $\alpha$  و  $b$ ، كانت طريقة المربعات الصغرى العادية أقل وأكبر عند الإمكان الأعظم، بينما عند تقدير المعلمة  $\theta$  كانت أكبر عند استخدام طريقة الإمكان الأعظم وأقل عند استخدام طريقة كرامير.

جدول (2-3) متوسط التقديرات ومعايير الجودة لمعامل توزيع (GAPLX) في الحالة الثانية

(Case1: $a = 0.3, b = 6, \alpha = 0.3, \theta = 1$ )						
n	Methods		ME	Bias	RMSE	S.E
20	MLE	a	0.23	-0.07	0.166	0.109
		b	-21.59	-27.59	45.966	1.838
		$\alpha$	1.648	1.348	2.558	0.109
		$\theta$	2.62	0.648	0.683	0.011
	LS	a	-8.529	-0.083	0.138	0.237
		b	12.305	6.305	9.303	0.342
		$\alpha$	0.217	-0.783	0.791	0.006
		$\theta$	22.584	-0.783	6.013	0.298
	WLS	a	-8.744	-0.046	0.152	0.252
		b	12.615	6.615	9.825	0.363
		$\alpha$	0.254	-0.746	0.76	0.007
		$\theta$	23.225	-0.746	6.184	0.307
CME	a	-7.222	-0.21	0.222	0.196	
	B	10.418	4.418	7.18	0.283	
	a	0.09	-0.91	0.913	0.004	
	$\theta$	21.06	-0.91	5.016	0.247	
50	MLE	A	0.228	-0.072	0.158	0.011
		B	-15.007	-21.007	21.372	0.079
		$\alpha$	1.301	1.001	1.131	0.011
		$\theta$	2.095	0.301	0.314	0.002
	LS	A	-6.389	-0.097	0.144	0.059
		b	9.218	3.218	5.335	0.085
		$\alpha$	0.203	-0.797	0.804	0.002
		$\theta$	19.429	-0.797	4.318	0.085
	WLS	a	-6.688	-0.046	0.161	0.066
		B	9.649	3.649	5.979	0.095
		$\alpha$	0.254	-0.746	0.762	0.003
		$\theta$	19.442	-0.746	4.506	0.089
CME	A	-6.79	-0.211	0.222	0.067	
	B	9.806	3.806	6.153	0.097	
	$\alpha$	0.089	-0.911	0.913	0.005	
	$\theta$	18.615	-0.911	5.061	0.029	
100	MLE	A	0.214	-0.086	0.16	0.005
		B	-10.86	-16.86	17.11	0.029
		$\alpha$	1.033	0.733	0.874	0.005
		$\theta$	1.696	0.033	0.067	0.001
	LS	A	-6.183	-0.081	0.139	0.025
		B	8.92	2.92	4.594	0.035
		$\alpha$	0.219	-0.781	0.789	0.001
		$\theta$	17.713	-0.781	3.35	0.033
	WLS	A	-6.348	-0.025	0.165	0.026
		B	9.158	3.558	4.862	0.037
		$\alpha$	0.275	-0.725	0.744	0.002
		$\theta$				

200	CME	$\theta$	17.708	-0.725	3.156	0.031
		$\alpha$	-6.084	-0.201	0.207	0.026
		B	8.777	2.777	5.724	0.038
		$\alpha$	0.099	-0.901	0.902	0.001
	MLE	$\theta$	16.924	-0.901	4.512	0.04
		A	0.208	-0.092	0.155	0.001
		B	-6.653	-17.653	12.66	0.02
		$\alpha$	0.72	0.42	0.42	0.001
	LS	$\theta$	1.461	-0.28	-0.28	0.0001
		A	-5.991	-0.076	-0.076	0.013
		B	8.644	2.644	2.644	0.019
		$\alpha$	0.224	-0.776	0.776	0.001
	WLS	$\theta$	16.331	-0.776	-0.776	0.012
		A	-6.519	0.011	0.17	0.013
		B	9.405	3.405	5.122	0.019
		$\alpha$	0.311	-0.689	0.71	0.001
	CME	$\theta$	16.45	-0.689	2.591	0.012
		A	-5.607	-0.197	0.204	0.013
		B	8.00	2.00	5.141	0.024
		$\alpha$	0.103	-0.897	0.899	0.001
		$\theta$	15.348	-0.897	3.689	0.018

جدول (2-3) يوضح نتائج دراسة محاكاة مونت كارلو في الحالة الثانية Case 2 التي تحتوي علي قيم افتراضية لمعالم التوزيع الأربعة  $\theta = 1, \alpha = 0.3, b = 6, a = 0.3$ . ويتضح من جدول (2-3) أنه عندما يكون حجم العينة صغير  $n = 20$ ، نلاحظ عند تقدير المعلمة  $a$  أن أقل قيمة لمعايير جودة النموذج S.E، RMSE، Bias كانت عند استخدام طريقة المربعات الصغرى المرجحة WLS، بينما أكبر قيمة لهذه المعايير كانت عند استخدام طريقة الامكان الاعظم MLE. عند تقدير المعلمة  $b, \alpha$  نجد أن أقل قيمة لمعايير S.E، RMSE، Bias كانت عند استخدام طريقة كرامير CME، بينما أكبر قيمة لهذه المعايير كانت عند استخدام طريقة الامكان الاعظم MLE. علاوة على ذلك، عند تقدير المعلمة  $\theta$  نجد أن أقل قيمة لمعايير S.E، RMSE، Bias كانت عند استخدام طريقة الامكان الاعظم MLE

بينما أكبر قيمة لهذه المعايير كانت عند استخدام المربعات الصغرى المرجحة WLS وتتقارب قيم المعايير في الطرق الأخرى.

عندما يكون حجم العينة متوسط  $n = 50$  يتضح أن قيم معايير جودة النموذج S.E، RMSE، Bias تقل مع زيادة حجم العينة. نلاحظ عند حجم عينة  $n = 50$  كانت أقل قيمة لمعايير جودة النموذج S.E، RMSE، Bias عند استخدام طريقة المربعات الصغرى LS وذلك عند تقدير المعلمة  $a$ ، وكانت أفضل طريقة كرامير CME عند تقدير المعلمة  $b, \alpha$ ، بينما كانت طريقة المربعات الصغرى المرجحة WLS هي الأفضل عند تقدير المعلمة  $\theta$ . ومع ذلك، نجد عند حجم عينة  $n = 100$  كانت أفضل طريقة لتقدير المعلمتين  $b, a$  هي طريقة كرامير CME بينما الأفضل عند تقدير المعلمة  $\alpha$  هي طريقة الإمكان الأعظم والمعلمة  $\theta$  أفضل طريقة وهي المربعات الصغرى المرجحة WLS.

أسارة عمر ابراهيم الشاوي؛ د. محمد محمود أبو ريا؛ د. مجدي علي إبراهيم كرات

عندما يكون حجم العينة كبير  $n = 200$  نجد أن أفضل قيمة لمعايير جودة النموذج كانت عند استخدام طريقة الامكان الأعظم MLE وذلك عند تقدير المعلمة  $\alpha$  ، وعند تقدير المعلمة  $\theta$  كانت طريقة المربعات الصغرى LS هي الأفضل، بينما عند تقدير المعلمة  $b$  كانت طريقة المربعات الصغرى المرجحة WLS هي الأفضل. بينما المعلمة  $a$  كانت طريقة كرامير هي الأفضل .  
جدول(3-3) متوسط التقديرات ومعايير الجودة لمعامل توزيع (GAPLx) في الحالة الثالثة

(Case1: $a = 0.2, b = 1, \alpha = 0.2, \theta = 1$ )						
n	Methods		ME	Bias	RMSE	S.E
20	MLE	a	٠,٦٠١	0.401	1.531	2.221
		b	-٢٥,١٧٣	-26.173	78.616	3.707
		$\alpha$	١٢,٤٧٤	12.274	46.09	2.221
		$\theta$	٢٠,٢٠٩	11.474	19.998	0.819
	LS	a	-1.503	-0.073	0.127	0.027
		b	2.262	1.262	1.538	0.044
		$\alpha$	0.127	-0.873	0.879	0.005
		$\theta$	11.277	-0.873	7.589	0.377
	WLS	a	-1.548	-0.095	0.127	0.047
		B	2.488	1.488	1.829	0.053
		$\alpha$	0.105	-0.895	0.899	0.004
		$\theta$	11.755	-0.895	9.186	0.457
	CME	a	-1.734	0.891	1.491	0.05
		B	0.988	-1.988	4.245	0.188
		a	1.091	0.091	1.199	0.06
		$\theta$	8.937	0.091	6.096	0.305
50	MLE	A	0.416	0.216	0.475	0.25
		B	-13.001	-14.001	24.3	0.397
		$\alpha$	7.033	6.833	14.262	0.25
		$\theta$	10.692	6.033	9.225	0.14
	LS	A	-1.258	0.018	0.07	0.01
		b	1.689	0.689	0.895	0.011
		$\alpha$	0.218	-0.782	0.785	0.001
		$\theta$	7.003	-0.782	4.313	0.085
	WLS	a	-0.957	-0.077	0.103	0.015
		B	2.157	1.157	1.282	0.011
		$\alpha$	0.123	-0.877	0.88	0.001
		$\theta$	6.407	-0.877	4.678	0.092
	CME	A	-1.57	0.439	1.002	0.014
		B	0.305	-0.695	2.284	0.044
		$\alpha$	0.639	-0.361	0.971	0.018
		$\theta$	6.116	-0.361	3.439	0.068
100	MLE	A	0.312	0.112	0.196	0.038
		B	-6.878	-7.878	9.685	0.056
		$\alpha$	3.852	3.652	5.273	0.038
		$\theta$	6.124	2.852	3.704	0.024
	LS	A	-1.12	0.044	0.056	0.01
		B	1.479	0.479	0.723	0.005
		$\alpha$	0.244	-0.756	0.757	0.01
		$\theta$	4.773	-0.756	2.781	0.027
		A	-0.642	-0.073	0.094	0.005

200	WLS	B	2.319	1.319	1.36	0.003	
		$\alpha$	0.127	-0.873	0.875	0.002	
		$\theta$	4.165	-0.873	2.41	0.022	
	CME	$\alpha$	-1.296	0.131	0.488	0.006	
		B	1.065	0.065	1.031	0.01	
		$\alpha$	0.331	-0.669	0.817	0.005	
		$\theta$	4.493	-0.699	2.408	0.023	
		MLE	A	0.285	0.085	0.099	0.006
			B	-3.79	-4.79	5.24	0.011
	$\alpha$		2.421	2.221	2.521	0.006	
		$\theta$	3.739	1.421	1.763	0.005	
		LS	A	-1.433	0.07	0.484	0.041
			B	2.025	1.025	11.896	0.059
	$\alpha$		0.27	-0.73	0.873	0.002	
		$\theta$	3.572	-0.73	6.391	0.032	
		WLS	A	-0.421	-0.052	0.068	0.001
			B	2.411	1.411	1.431	0.001
	$\alpha$		0.148	-0.852	0.853	0.01	
		$\theta$	3.045	-0.852	1.62	0.007	
		CME	A	-0.928	0.01	0.173	0.003
B			1.275	0.275	0.556	0.002	
$\alpha$	0.21		-0.79	0.808	0.001		
	$\theta$	3.183	-0.79	1.729	0.008		

يتناول جدول (3-3) نتائج دراسة محاكاة مونت كارلو في الحالة الثالثة Case 3 التي تحتوي على قيم افتراضية لمعالم التوزيع الأربعة  $a = 0.2, b = 1, \alpha = 0.2, \theta = 1$ . ويتضح من جدول (3-3) أنه عندما يكون حجم العينة صغير  $n = 20$ ، نجد أن أقل قيمة لمعايير جودة النموذج S.E، Bias، RMSE كانت عند استخدام طريقة المربعات الصغرى LS عند تقدير المعلمتين  $a, b$ . بينما أكبر قيمة لهذه المعايير كانت عند استخدام طريقة الامكان الاعظم MLE. عند تقدير المعلمة  $\alpha$  نجد أن أقل قيمة لمعايير S.E، Bias، RMSE كانت عند استخدام طريقة المربعات الصغرى المرجحة WLS، بينما أكبر قيمة لهذه المعايير كانت عند استخدام طريقة الامكان الاعظم MLE. عند تقدير المعلمة  $\theta$  نجد أن أقل قيمة لمعايير S.E، Bias، RMSE كانت عند استخدام طريقة كرامير CME، بينما أكبر قيمة لهذه المعايير كانت عند استخدام طريقة الامكان الاعظم MLE. عند حجم عينة  $n = 50$  يتضح أن قيم معايير جودة النموذج S.E، Bias، RMSE تقل مع زيادة حجم العينة ونجد أن أقل قيمة لهذه المعايير كانت عند استخدام طريقة المربعات الصغرى LS وذلك عند تقدير المعلمة  $\theta$ . بينما أكبر قيمة لهذه المعايير كانت عند استخدام طريقة الامكان الاعظم MLE. عند تقدير المعلمة  $\alpha$  نجد أن أقل قيمة لمعايير S.E، Bias، RMSE كانت عند استخدام طريقة المربعات الصغرى المرجحة WLS، بينما أكبر قيمة لهذه المعايير كانت عند استخدام طريقة الامكان الاعظم MLE. عند تقدير المعلمة  $a$  نجد أن أقل قيمة لمعايير S.E، Bias، RMSE كانت عند استخدام طريقة كرامير CME. وعند تقدير المعلمة  $b$  نجد أن أقل قيمة لمعايير S.E، Bias، RMSE كانت عند استخدام طريقة الامكان الأعظم MLE.

عندما يكون حجم العينة متوسط  $n = 100$ ، نجد أن أقل قيمة لمعايير جودة النموذج S.E، Bias، RMSE كانت عند استخدام طريقة المربعات الصغرى LS وذلك عند تقدير المعلمتين  $b$  و  $\alpha$  وكانت أفضلية طريقة الامكان الاعظم MLE، بينما أقل قيمة لمعايير جودة النموذج S.E، Bias، RMSE كانت عند استخدام طريقة مربعات الصغرى المرجحة WLS كانت عند تقدير المعلمة  $a$ . وأقل قيمة

أسارة عمر إبراهيم الشاوي؛ د. محمد محمود أبو ريا؛ د. مجدي علي إبراهيم كرات

---

---

لمعايير جودة النموذج S.E, RMSE, Bias كانت طريقة كرامير CME عند معلمة  $\theta$  ومع ذلك، نجد عند حجم عينة  $n = 200$  كانت أفضل طريقة لتقدير المعلمة  $\theta$  هي طريقة المربعات الصغرى المرجحة WLS، بينما كانت طريقة الإمكان الأعظم هي الأفضل عند تقدير المعلمة  $\alpha$  حيث تحتوي على أقل قيم لمعايير جودة النموذج المستخدمة . بينما كانت طريقة المربعات الصغرى LS هي الأفضل عند تقدير المعلمتين  $a, b$  حيث تحتوي على أقل قيم لمعايير جودة النموذج S.E, RMSE, Bias

ملحق بيانات كورونا

م	تاريخ الدخول	تاريخ الخروج	السن	مدته الحجز
١	٢٠٢٠/٨/١٢	٢٠٢٠/٨/٢٠	٧٢	٨
٢	٢٠٢٠/٨/٥	٢٠٢٠/٨/٩	٦٨	٤
٣	٢٠٢٠/٨/١٧	٢٠٢٠/٨/١٧	٦٥	٠,٥
٤	٢٠٢٠/٨/٢١	٢٠٢٠/٨/٢٧	٥٥	٦
٥	٢٠٢٠/٨/١٩	٢٠٢٠/٨/٢٧	٦٠	٨
٦	٢٠٢٠/٨/٢٣	٢٠٢٠/٨/٢٦	٦٧	٣
٧	٢٠٢٠/٨/٢٧	٢٠٢٠/٨/٢٧	٥٥	٠,٥
٨	٢٠٢٠/٨/٢٥	٢٠٢٠/٨/٢٦	٧٠	١
٩	٢٠٢٠/٨/١٩	٢٠٢٠/٨/١٩	٥٤	٠,٥
١٠	٢٠٢٠/٨/١٢	٢٠٢٠/٨/١٦	٧٥	٤
١١	٢٠٢٠/٨/٣	٢٠٢٠/٨/١٢	٧٥	٩
١٢	٢٠٢٠/٨/٣	٢٠٢٠/٨/١١	٧٦	٨
١٣	٢٠٢٠/٨/٧	٢٠٢٠/٨/١٥	٧٣	٨
١٤	٢٠٢٠/٨/١٥	٢٠٢٠/٨/١٧	٧٠	٢
١٥	٢٠٢٠/٨/٢١	٢٠٢٠/٨/٢٧	٨٦	٦
١٦	٢٠٢٠/٨/١٦	٢٠٢٠/٨/٢٠	٧٠	٤
١٧	٢٠٢٠/٨/٢١	٢٠٢٠/٨/٢٣	٥٢	٢
١٨	٢٠٢٠/٨/١٤	٢٠٢٠/٨/١٩	٧٠	٥
١٩	٢٠٢٠/٧/٣٠	٢٠٢٠/٨/١٩	٨٣	٢٠
٢٠	٢٠٢٠/٨/٢٥	٢٠٢٠/٨/١	٤٥	٦
٢١	٢٠٢٠/٨/٢٤	٢٠٢٠/٨/٣٠	٦٣	٦
٢٢	٢٠٢٠/٨/٢٥	٢٠٢٠/٨/٣٠	٧٠	٥
٢٣	٢٠٢٠/٨/١٧	٢٠٢٠/٨/٢١	٤٨	٤
٢٤	٢٠٢٠/٧/٢٥	٢٠٢٠/٧/٣١	٧٠	٦
٢٥	٢٠٢٠/٧/٢٤	٢٠٢٠/٧/٢٧	٦٥	٣
٢٦	٢٠٢٠/٧/٢٥	٢٠٢٠/٧/٢٩	٥٧	٤
٢٧	٢٠٢٠/٧/٢٣	٢٠٢٠/٧/٢٩	٥٧	٦
٢٨	٢٠٢٠/٧/٣١	٢٠٢٠/٧/٣١	٤٥	٠,٥
٢٩	٢٠٢٠/٧/٢٧	٢٠٢٠/٧/٣٠	٥٩	٣
٣٠	٢٠٢٠/٧/٢٩	٢٠٢٠/٧/٣٠	٧٠	١

---

---

## Estimation and Statistical testing for the duration of Covid 19 patients' admission in Damietta Governorate isolation hospitals using Gompertz family (applied study)

### Abstract:

Due to the breadth of the process of dealing with probability distributions, as it has many and multiple applications in various fields. it plays an important role in scientific research, as it is used to study the change occurring in various life phenomena. When the probability distribution of any phenomenon is known, the characteristics of this phenomenon can be studied with careful analytical study,

which is extremely important in many situations. This makes the process of generating families of new distributions that provide more flexibility in dealing with different phenomena a strong reason for many scientists to exert their efforts in formulating New methods for generating new, generalized distributions fulfill this purpose. This research will focus on using some advanced models that rely on combining two families of univariate continuous distributions.

The first distribution is called the Alpha Power Lomax Distribution, as it contains the Lomax distribution. The second family is Benjamin Gompertz, and this family is based on the Gompertz distribution, which is used to describe the distribution of ages and is used in survival analysis. Some statistical properties of the generalization were obtained, such as the quantile function, ordinal statistics, the arithmetic mean, and other properties of the new (GAPLX) distribution. It has also been proven that the probability density function for the new generalization can be expressed as a linear function of the density function for the Gompertz distribution. The distribution parameters were estimated using four different estimation methods, and a simulation study was presented to evaluate the performance of the estimators. Finally, two sets of real data were studied to illustrate the flexibility of the new generalization compared to some other generalizations of the Lomax and Gompertz distribution, through the use of some statistical measures.

### key words:

Lomax distribution - Gompertz distribution - Alpha logarithmic transform family - Order statistics - Maximum likelihood method - Least squares method - Weighted least squares method. -Cramer-von-Mises Method Survival Data-