



## نموذج رياضي لتحديد معدل الاحتفاظ المناسب في فرع تأمين الطيران إعداد

د. أماني محمد عجوة

أستاذ مساعد بقسم العلوم الكمية

كلية التجارة، جامعة السويس

[amanyagwa@gmail.com](mailto:amanyagwa@gmail.com)

د. جيهان مسعد المعداوي

أستاذ مساعد بقسم الإحصاء التطبيقي والتأمين

كلية التجارة، جامعة المنصورة

[gehanelmadawy2020@gmail.com](mailto:gehanelmadawy2020@gmail.com)

د. محمد مسعد المعداوي

مدرس بقسم الإحصاء والتأمين

كلية التجارة، جامعة الزقازيق

[moh\\_elmadawye@yahoo.com](mailto:moh_elmadawye@yahoo.com)

المجلة العلمية للدراسات والبحوث المالية والتجارية

كلية التجارة – جامعة دمياط

المجلد الخامس - العدد الأول – الجزء الرابع - يناير 2024

التوثيق المقترح وفقاً لنظام APA:

المعداوي، جيهان مسعد؛ عجوة، أماني محمد؛ المعداوي، محمد مسعد (2024). نموذج رياضي لتحديد معدل الاحتفاظ المناسب في فرع تأمين الطيران، المجلة العلمية للدراسات والبحوث المالية والتجارية، كلية التجارة، جامعة دمياط، 4(1)5، 256-235.

رابط المجلة: <https://cfdj.journals.ekb.eg/>

## نموذج رياضي لتحديد معدل الاحتفاظ المناسب في فرع تأمين الطيران

د. جيهان مسعد المعداوي؛ د. أماني محمد عجوة؛ د. محمد مسعد المعداوي

### ملخص البحث:

تعتبر نماذج توزيعات بيانات مطالبات التأمين من أحد الأدوات الرئيسية للإكتواريين في شركات التأمين لتقدير سعر التأمين وتقدير أقصى خسارة محتملة، ويعتبر توفيق التوزيع الملائم لبيانات المطالبات الفعلية مشكلة وثيقة الصلة ومهمة ليست سهلة في الدراسات الاكتوارية، وحيث تستحوذ شركة مصر للتأمين على 99.3% من أقساط تأمين الطيران على مستوى السوق المصري، وتبلغ التعويضات المباشرة 98.2%. لذلك يهدف البحث إلى استخدام التوزيعات الاحتمالية في تحديد حد الاحتفاظ المناسب في فرع تأمين الطيران في شركة مصر للتأمين وذلك عن طريق تحديد التوزيع الاحتمالي المناسب لكلاً من أعداد ومبالغ المطالبات والتوزيع المناسب للخسائر الإجمالية، وبالتالي الوصول إلى النموذج الرياضي المركب المقترح للخسائر الإجمالية، أقصى خسارة إجمالية سنوية محتملة، معدل الاحتفاظ المناسب في فرع تأمين الطيران. أوضحت نتائج الدراسة أن عدد المطالبات يتبع توزيع بواسون متضخم الأصفار، قيم المطالبات تتبع توزيع واييل، والتوزيع الاحتمالي لإجمالي الخسائر وفقاً لمنحنيات بيرسون يتبع بيرسون النوع السادس (Pearson 6 Distribution)، وقد بلغت أقصى خسارة إجمالية سنوية محتملة باستخدام معادلات (Bowman-Shenton) التقريبية (346402126)، ومعدل الاحتفاظ المناسب لفرع الطيران 19.63%، وتوصى الدراسة باستخدام توزيع بواسون متضخم الأصفار في توفيق بيانات أعداد المطالبات في تأمين الطيران وأيضاً تخفيض معدل الاحتفاظ في فرع الطيران في شركة مصر للتأمين لتقليل معدلات الخسائر في هذا الفرع.

**الكلمات المفتاحية:** توزيع بواسون متضخم الأصفار – توزيع بيرسون النوع السادس- أقصى خسارة إجمالية سنوية محتملة – معدل الاحتفاظ المناسب.

### مقدمة:

يعد تأمين الطيران من أنواع التأمين التي تتمتع بانخفاض في معدلات الحوادث وارتفاع في وطأة الخسائر في حالة وقوع الحادث (Lane, 2005). ونظراً لأن تأمين الطيران ينطوي على مبالغ تأمين ضخمة وأخطار متعددة لذلك تلجأ شركات التأمين إلى عقود إعادة التأمين حيث يقوم المؤمن المباشر بنقل عبء جزء من الخطر إلى شركة إعادة التأمين (Malhotra & Tyagi, 2020). ويمكن للمؤمن المباشر أن يقلل الخطر المعرض له عن طريق استخدام إعادة التأمين، نظراً لأن التقلبات التي تحدث في دخل القسط الكلي وقيمة المطالبات يمكن أن تؤدي أن يصبح المؤمن المباشر غير قادر على الوفاء بالتزاماته لذلك فإن شركة التأمين المباشر تحتاج إلى إعادة التأمين لحمايتها من الخسائر غير العادية حتى يمكن أن يحدث توزيع للأخطار (Noviyanti, et al., 2018). ومن أنواع إعادة التأمين التي يتم استخدامها في مجال تأمين الطيران، إتفاقية الحصص النسبية، وإتفاقية الفائض، وإعادة تأمين الجزء الزائد من الخسارة، وإعادة التأمين الاختيارية (Malhotra & Tyagi, 2020). ولتحقيق الإدارة المثلى للخطر يجب أن يتم تحديد معدل الاحتفاظ المناسب الذي يؤدي إلى تخفيض الانحراف المعياري للمطالبات الفعلية (Njegomir & Maksimović, 2009).

وتتمثل مشكلة البحث في أن شركات التأمين التي تعمل في تأمين الطيران في مصر حالياً تتمثل في شركة مصر للتأمين وشركة جي أي جي للتأمين. حيث تستحوذ شركة مصر للتأمين التي

تمثل قطاع الأعمال العام على 99.3% من أقساط تأمين الطيران على مستوى السوق المصري لعام 2022/2021 طبقاً للبيانات الصادرة من هيئة الرقابة المالية، بينما يستحوذ القطاع الخاص المتمثل في شركة جي أي جي للتأمين على 0.7% من أقساط تأمين الطيران، وتبلغ التعويضات المباشرة 98.2% لشركة مصر للتأمين، 0.6% لشركة جي أي جي للتأمين، 1.2% لشركة إسكان للتأمين في فرع الطيران. وتوفر شركة مصر للتأمين الحماية التأمينية لشركات الطيران والمطارات وشركات الخدمات والطاقت والطائر والركاب في مصر.

يتضح مما سبق مدى الخطورة التي تتعرض لها محفظة اكتتابات شركة مصر للتأمين في فرع تأمين الطيران خاصة فيما يتعلق بتقدير أقصى خسارة مادية محتملة نتيجة وقوع خسائر كارثية ومدى سلامة السياسة الاكتتابية فيما يتعلق بعمليات إعادة التأمين وحدود الاحتفاظ، خاصة أن تسعير تأمين الطيران في مصر يتم وفقاً لشروط التسعير العالمية التي يتم وضعها من قبل إحدى الشركات الرائدة أو إحدى نقابات اللويدز (البحوي، 1998). ولذلك كان من الأهمية محاولة الوصول إلى معدل الاحتفاظ المناسب في فرع تأمين الطيران في شركة مصر للتأمين.

**ويهدف هذا البحث إلى استخدام التوزيعات الاحتمالية في تحديد معدل الاحتفاظ المناسب في فرع تأمين الطيران عن طريق تحديد التوزيع الاحتمالي المناسب لكلاً من أعداد ومبالغ المطالبات، ومن ثم الوصول إلى التوزيع الاحتمالي المناسب للمطالبات الإجمالية، وبالتالي تقدير قيمة أقصى خسارة إجمالية سنوية محتملة ومعدل الاحتفاظ المناسب في تأمين الطيران.**

**وترجع أهمية البحث في أن شركة مصر للتأمين تعتبر الشركة الرائدة في فرع تأمين الطيران في مصر حيث تستحوذ على 99.3% من أقساط تأمين الطيران في السوق المصري لعام 2022/2021. وحيث أن تأمين الطيران يتسم بخصائص معينة تتمثل في كبر حجم عملياته وضخامة مبالغ التأمين التي يتم التأمين بها لارتفاع قيمة الأصول التي يتم التأمين عليها، وأن حوادث الطيران تتسم بندرتها وضخامتها وكبر حجم الخسائر المالية وغالباً ما يكون من الصعب تحديد السبب الأساسي الذي أدى لحدوث الخطر المؤمن منه، وبالتالي فإن هذا النوع من التأمين يكون في حاجة لخبرة خاصة في المعاينة وتقييم الخسائر المادية وتحديد حد الاحتفاظ المناسب وهذا يدعو إلى الدقة والحذر الشديد في مدى ملائمة سياسة الشركة لمواجهة الخسائر الكارثية غير المتوقعة في هذا الفرع.**

**وتعتمد الدراسة التطبيقية في هذا البحث على البيانات الخاصة بكلاً من أعداد ومبالغ مطالبات تأمين الطيران في شركة مصر للتأمين.**

**وقد تناولت الدراسات السابقة الآتي:**

تناولت دراسة (Ignatov et al., 2003) تحديد حد الاحتفاظ المناسب باستخدام معيار الأمثلية (Optimality Criterion) بالإعتماد على صيغة الربح المتوقع. واقتترحت دراسة (Cai & Tan, 2007) حلاً عملياً لتحديد حدود الاحتفاظ المثلى في إعادة تأمين وقف الخسارة (Stop Loss Reinsurance) وذلك عن طريق تقليل Value at risk، Conditional tail expectation للخسارة الكلية للمؤمن المباشر. وتطرقت دراسة (Noviyanti et al., 2018) لتحديد حد الاحتفاظ المناسب لإعادة تأمين الحصص النسبية حيث إن إعادة التأمين تساعد المؤمن المباشر على الحماية من الخسائر غير المتوقعة عن طريق توزيع الأخطار ويزداد حد الاحتفاظ وفقاً

للملاء المالية للمؤمن. وتطرقت دراسة (El Bolkiny *et al.*, 2018) إلى دراسة طرق مختلفة من إعادة التأمين وتحديد الحد المناسب لحد الاحتفاظ في السوق المصري باستخدام Value at risk و Conditional tail expectation لتحليل خصائص المطالبات الإجمالية واستخدام مقياس تعظيم العائد على رأس المال لتحديد حد الاحتفاظ المناسب. وتناولت دراسة (BÜYÜKYAZICI & KARAGÜL 2020) تحديد حد الاحتفاظ المناسب بالاعتماد على تقليل القيمة المطلقة للفرق بين أرباح المؤمن المباشر ومعيد التأمين. وقدمت دراسة (Malhotra & Tyagi, 2020) العديد من أنواع إعادة التأمين لتأمين الطيران في السوق الهندي نظراً لأن تأمين الطيران يحمل العديد من الأعباء المالية وكذلك الأخطار المتعددة. وإهتمت دراسة (Li & Shen, 2020) بتحديد السياسة المثلى لإعادة التأمين من خلال إفتراض أن عملية الخطر تتبع Brownian motion ومع الأخذ في الاعتبار المصالح المشتركة للمؤمن ومعيد التأمين، ويتم حساب القسط باستخدام التباين والانحراف المعياري للقسط. وتهدف دراسة (Korjnevskaya, 2022) إلى تحليل سوق التأمين في جمهورية بيلاروسيا من خلال التركيز على إعادة التأمين كأحد آليات ضمان الإستقرار المالي لشركات التأمين. وقدمت (الببحوحى، 1998) دراسة تحليلية مقارنة لتأمين الطيران المدني في مصر وقد أوصت الدراسة بإعادة النظر في التسعير وحدود الاحتفاظ في فرع تأمين الطيران ومدى السلامة الإكتتابية فيما يتعلق بعمليات إعادة التأمين. وفي دراسة (عثمان وآخرون، 2007) تم استخدام التوزيعات الاحتمالية في تقدير قيمة أقصى خسارة إجمالية سنوية محتملة. وتناولت دراسة (الخواجة، 2012) نموذج إحصائي لتحديد حد الاحتفاظ المناسب لشركات التأمين السعودي. وفي دراسة (إبراهيم، 2013) قدم نموذج كمي لتحديد معدل احتفاظ مناسب لشركات التأمين المصرية. وتطرقت دراسة (عبد الحميد، 2014) إلى استخدام التوزيعات الاحتمالية في تحديد حد الاحتفاظ المناسب لشركات التأمين. وهدفت دراسة (الخواجة، 2019) إلى استخدام التوزيعات الاحتمالية المركبة وتوزيعات بيرسون في تقدير دالة الخسارة الاجمالية السنوية لتحديد حد الاحتفاظ في تأمين السيارات. وفي دراسة (عجوة، 2019) تم استخدام توزيع بواسون ذى الأصفار الزائدة وتوزيع هاردل بواسون في نمذجة تكرار المطالبات في تأمين السيارات. وتناول (بردويل، 2021) دراسة التأمين ضد مخاطر النقل الجوي والتحليل الوصفي لتأمين الطيران بصفة عامة.

وباستعراض الدراسات السابقة، يتضح أنها لم تتطرق لحساب حد الاحتفاظ المناسب في فرع تأمين الطيران، ولكنها تطرقت لتحديد حد الاحتفاظ المناسب بالتطبيق على فروع التأمين الأخرى، ولذلك سوف تتناول هذه الدراسة تحديد حد الاحتفاظ المناسب في فرع تأمين الطيران.

### الدراسة التطبيقية:

#### (1) تحديد التوزيع الاحتمالي لعدد المطالبات:

جدول (1): توزيع عدد الوثائق المعرضة للخطر حسب عدد المطالبات:

عدد الوثائق (ك)	عدد المطالبات (ن)
56	0
3	1
4	2
3	3
2	4
5	$5 \leq$
73	المجموع

لمعرفة التوزيع الاحتمالي المناسب لعدد المطالبات، يلزم دراسة التوزيعات الاحتمالية المتقطعة التي يمكن أن يخضع لها عدد الحوادث، حيث خضوع عدد المطالبات لتوزيع معين يمكن من خلاله التنبؤ بعدد المطالبات. وقد تم استخدام برنامج (Easy Fit 5.6 Professional Program) لتوفيق بيانات عدد المطالبات واختبار جودة التوفيق، أوضحت نتائج البرنامج أن بيانات عدد المطالبات لا تتبع أحد التوزيعات المتقطعة في البرنامج. مما أدى إلى البحث عن توزيع آخر يوافق هذه البيانات، وبالتالي تم البحث عن مؤشر الأصفار الزائدة لاستخدام توزيع بواسون متضخم الأصفار لتوفيق بيانات عدد المطالبات واختبار جودة التوفيق للتوزيع.

#### (1-1) تقدير معالم التوزيع الفعلي:

جدول (2): حساب المتوسط والتباين على النحو التالي:

$n^2 \times k$	$n \times k$	عدد الوثائق (k)	عدد المطالبات (n)
0	0	56	0
3	3	3	1
16	8	4	2
27	9	3	3
32	8	2	4
125	25	5	5
203	53	73	المجموع

$$\bar{n} = \frac{\sum n \times k}{\sum k} = \frac{53}{73} = 0.72603$$

$$\sigma_n^2 = \frac{\sum(n^2 \times k) - \frac{((n \times k))^2}{\sum k}}{\sum(k - 1)}$$

$$= \frac{203 - 38.47945205}{72} = \frac{164.5205479}{72} = 2.28500761$$

### (2-1) مؤشر الأصفار الزائدة Zero-inflation index:

قدم (Puig & Valero, 2006)، (Sakthivel, K. M., & Rajitha, C. S. 2018) مؤشر الأصفار الزائدة ويرمز له بالرمز (Z) كقياس لاكتشاف الأصفار الزائدة Zero inflation والتشتت الزائد (Over-dispersion) في توزيع بواسون. فإذا كان Y : رقم صحيح غير سالب بمتوسط  $\theta$  ،  $P_0$  : نسبة الأصفار في البيانات وتعرف بالاحتمال التجريبي للأصفار في البيانات التي حجمها n ، فإن هذا المؤشر (Z) يكون كالتالي:  $Z = 1 + \frac{\ln P_0}{\theta}$  حيث:  $P_0 = \frac{n_0}{n}$  ،  $\theta$  : ترمز لمتوسط البيانات فإذا كانت قيمة (Z) تساوى الصفر فإن البيانات تتبع توزيع بواسون، وإذا كانت قيمة (Z) أكبر من الصفر فإن البيانات بها أصفار زائدة.

وبالتطبيق على بيانات البحث وجد أن قيمة  $Z =$

$$Z = 1 + \frac{\ln(56 \div 73)}{0.72603} = 0.634853$$

:: قيمة Z أكبر من الصفر فإن البيانات بها أصفار زائدة. وبالتالي سوف يتم استخدام توزيع بواسون ذي الأصفار الزائدة (توزيع بواسون متضخم الأصفار) لتوفيق بيانات عدد المطالبات وإختبار جودة التوفيق للتوزيع.

### (1-2-1) توزيع بواسون متضخم الأصفار Zero-inflated Poisson distribution:

يمكن عرض الصورة العامة للتوزيعات متضخمة الأصفار (Zero-inflated distributions) (Wolny-Dominiak, 2013)، (عجوة، 2019) كالتالي:

$$P(Y = y) = \begin{cases} \pi + (1 - \pi)f(y) & y = 0 \\ (1 - \pi)f(y) & y > 0 \end{cases}$$

وبذلك يمكن عمل توزيع متضخم الأصفار من أى توزيع متقطع مثل توزيع بواسون، توزيع ذى الحدين السالب وغيرها.

ويجب ملاحظة أن المعلمة  $\pi$  عندما تتراوح بين الصفر والواحد الصحيح فإن التوزيع يصبح توزيع متضخم الأصفار (Zero-inflated distribution)، أما إذا كانت قيمة المعلمة  $\pi$  سالبة فإن هذا يشير إلى وجود أصفار قليلة وذلك يعطى توزيع ذى أصفار قليلة (Zero-deflated distribution) (Yip et al., 2005).

تم تقديم نموذج بواسون متضخم الأصفار لأول مرة عن طريق (Lambert, 1992) للتعامل مع الزيادة في الأصفار الموجودة في البيانات المتقطعة (Count data) بالتطبيق على عيوب الصناعة (Defects in manufacturing) وقد أشار إلى أن الأصفار لها مصدرين في هذا النموذج هما الأصفار الحقيقية (Real zeros) وهي الأصفار التي تتبع توزيع بواسون، والأصفار الزائدة (Excess zeros) وهي الأصفار الزائدة التي لم يستطيع توزيع بواسون العادي نمذجتها.

وتكون دالة توزيع بواسون متضخم الأصفار (Beckett et al., 2014) على الصورة التالية:

$$P(Y = y) = \begin{cases} \pi + (1 - \pi)e^{-\theta} & y = 0 \\ (1 - \pi) \frac{e^{-\theta} \theta^y}{y!} & y > 0 \end{cases}$$

حيث أن:  $\theta > 0, 0 < \pi < 1$

وكما نلاحظ من صيغة توزيع بواسون متضخم الأصفار، أن  $\pi$  هي معلمة إضافية مسؤولة عن حساب احتمال الأصفار الزائدة في التوزيع، ويتم التعويض في دالة توزيع بواسون عن ( $y=0$ ) للحصول على احتمال الأصفار الحقيقية مرجحا بالقيمة  $(1-\pi)$  ويتم جمع القيمتين للحصول على احتمال أن يأخذ المتغير العشوائي القيمة صفر. ويتم التعويض في دالة توزيع بواسون للحصول على احتمال أن يأخذ المتغير العشوائي أى قيمة أخرى غير الصفر ويتم ترجيح الاحتمال بالقيمة  $(1-\pi)$ .

ويمكن الحصول على متوسط وتباين توزيع بواسون متضخم الأصفار كالتالي: (Beckett et al., 2014)

$$Var(y) = \theta(1 - \pi)(1 + \theta\pi) ، E(y) = \theta(1 - \pi)$$

### (1-1-2-1) تقدير معاملات توزيع بواسون متضخم الأصفار باستخدام طريقة العزوم:

عرض كلا من (Beckett et al., 2014)، (Sakthivel et al., 2018)، (Wagh et al., 2018) طريقة العزوم لتقدير معاملات توزيع بواسون متضخم الأصفار. حيث نحصل على مقدرات طريقة العزوم بمساواة المتوسط والتباين المحسوب من البيانات محل الدراسة بالصيغة النظرية للمتوسط والتباين لتوزيع بواسون متضخم الأصفار. وبذلك نحصل على تقديرات للمعاملات المجهولة لتوزيع بواسون متضخم الأصفار كالتالي:

$$\tilde{\theta} = \bar{Y} + \left( \frac{s^2}{\bar{Y}} \right) - 1$$

$$\tilde{\pi} = \frac{s^2 - \bar{Y}}{\bar{Y}^2 + (s^2 - \bar{Y})}$$

حيث:  $(\tilde{\theta})$  تقدير المعلمة  $\theta$  باستخدام طريقة العزوم،  $(\tilde{\pi})$  تقدير المعلمة  $\pi$  باستخدام طريقة العزوم،  
 $\bar{n}$ : متوسط البيانات،  $s_n^2$ : تباين البيانات  
 وبالتطبيق على بيانات البحث وجد أن:

$$\tilde{\theta} = \bar{n} + \left( \frac{s_n^2}{\bar{n}} \right) - 1$$

$$\tilde{\theta} = 0.72603 + \left( \frac{2.28500761}{0.72603} \right) - 1 = 2.873302$$

$$\tilde{\pi} = \frac{s_n^2 - \bar{n}}{\bar{n}^2 + (s_n^2 - \bar{n})}$$

$$\tilde{\pi} = \frac{2.28500761 - 0.72603}{(0.72603)^2 + (2.28500761 - 0.72603)} = 0.747318$$

ويجب ملاحظة أن:  $0 < \pi < 1$  ،  $\theta > 0$

وبمعلومية قيمة  $(\tilde{\theta}, \tilde{\pi})$  يمكن إيجاد الاحتمالات المختلفة لتوزيع بواسون متضخم الأصفار بالتعويض في الدالة التالية:

$$P(N = n/\theta, \pi) = \begin{cases} \pi + (1 - \pi)e^{-\theta} & n = 0 \\ (1 - \pi) \frac{e^{-\theta} \theta^n}{n!} & n > 0 \end{cases}$$

n: ترمز لعدد المطالبات

ويضرب هذه الاحتمالات في المجموع الكلي للتكرارات (مجموع المطالبات) نحصل على التوزيع النظري لعدد المطالبات.

### (3-1) إختبار كولموجروف سيمرنوف لإختبار جودة التوفيق:

ولتحديد مدى صحة الفرض بأن البيانات تتبع توزيع بواسون متضخم الأصفار من عدمه يتم إجراء إختبار كولموجروف سيمرنوف لإختبار جودة التوفيق، حيث أن هذا الإختبار سوف يبين ما إذا كانت التوزيعات النظرية تناسب التوزيعات الفعلية إلى حد مناسب، وسوف تكون القيمة الحرجة لهذا الإختبار عند مستوى ثقة 95% هو  $(1.36/\sqrt{n})$ ، حيث أن (n: تمثل عدد المشاهدات). وإذا كانت



القيمة المحسوبة لإختبار كولموجروف سيمرنوف أقل من القيمة الجدولية، نقبل الفرض العدمي أى لا يوجد فرق معنوي وأن التوزيع الفعلي يوافق التوزيع النظري)، (ناصر، 2015)، (Eling, 2011). وسوف يتم ذلك على النحو التالي:

**جدول (3):** حساب قيمة إختبار كولموجروف – سيمرنوف:

عدد المطالبات	التكرار الفعلي المتجمع	التكرار النظري المتجمع	الاحتمال الفعلي المتجمع	الاحتمال النظري المتجمع	الفرق المطلق
0	56	56	0.767123288	0.767123288	0
1	59	59	0.808219178	0.808219178	0
2	63	63	0.863013699	0.863013699	0
3	66	67	0.917808219	0.904109589	0.01369863
4	68	70	0.95890411	0.931506849	<b>0.02739726</b>
5	73	73	1	1	0

**الفرض العدمي:** عدد المطالبات تتبع توزيع بواسون متضخم الأصفار.  
**الفرض البديل:** عدد المطالبات لا تتبع توزيع بواسون متضخم الأصفار.  
 من خلال الجدول السابق نلاحظ أن أكبر قيمة للفرق بين الاحتمالين التجميعي الفعلي والتجميعي النظري هي 0.02739726 وهى قيمة مؤشر الاختبار الفعلي، وأن القيمة الجدولية =

$$= \frac{1.36}{\sqrt{n}} = \frac{1.36}{\sqrt{73}} = 0.1592$$

بالمقارنة نجد أن القيمة الفعلية لإختبار سيمرنوف أصغر من القيمة الجدولية، وبالتالي نقبل الفرض العدمي بأن عدد المطالبات تتبع توزيع بواسون متضخم الأصفار.

#### (4-1) إشتقاق متوسط وتباين توزيع بواسون ذي الأصفار الزائدة:

يمكن الوصول إلى صيغة المتوسط والتباين لتوزيع بواسون ذي الأصفار الزائدة (عجوة، 2019) كالتالي:

#### (1-4-1) متوسط توزيع بواسون ذي الأصفار الزائدة:

$$\begin{aligned} E(N) &= \sum_{n=1}^{\infty} n(1-\pi) \frac{e^{-\theta} \theta^n}{n!} = (1-\pi)e^{-\theta} \sum_{n=1}^{\infty} n \frac{\theta^n}{n!} \\ &= (1-\pi)e^{-\theta} \theta \sum_{n=1}^{\infty} n \frac{\theta^{n-1}}{n(n-1)!} = (1-\pi)e^{-\theta} \theta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\theta^{n-1}}{(n-1)!} \\ &= (1-\pi)e^{-\theta} \theta \times e^{\theta} = \theta(1-\pi) \end{aligned}$$

$$\text{حيث أن: } \sum_{x=0}^{\infty} \frac{a^x}{x!} = e^a$$

$$\therefore E(N) = \theta(1 - \pi)$$

$$\mu'_1 = E(N) = \mu = \theta(1 - \pi) = 0.726032$$

(2-4-1) تبين توزيع بواسون ذي الأصفار الزائدة:

$$\begin{aligned} E(N(N-1)) &= \sum_{n=1}^{\infty} n(n-1)(1-\pi) \frac{e^{-\theta} \theta^n}{n!} \\ &= (1-\pi)e^{-\theta} \sum_{n=1}^{\infty} n(n-1) \frac{\theta^n}{n!} \\ &= (1-\pi)e^{-\theta} \theta^2 \sum_{n=1}^{\infty} n(n-1) \frac{\theta^{n-2}}{n(n-1)(n-2)!} \\ &= (1-\pi)e^{-\theta} \theta^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\theta^{n-2}}{(n-2)!} \\ &= (1-\pi)e^{-\theta} \theta^2 \times e^{\theta} = \theta^2(1-\pi) \end{aligned}$$

$$E(N^2) = E(N(N-1)) + E(N)$$

$$\therefore E(N^2) = \theta^2(1-\pi) + \theta(1-\pi)$$

$$\begin{aligned} \therefore Var(N) &= E(N^2) - (E(N))^2 = \theta^2(1-\pi) + \theta(1-\pi) - (\theta(1-\pi))^2 \\ &= \theta^2(1-\pi) + \theta(1-\pi) - (\theta^2(1-\pi)^2) = \theta(1-\pi)[\theta + 1 - \theta(1-\pi)] \\ &= \theta(1-\pi)[\theta + 1 - \theta + \theta\pi] = \theta(1-\pi)[1 + \theta\pi] \end{aligned}$$

وحيث أن:  $E(N^2)$

$$\mu'_2 = E(N^2) = \theta^2(1-\pi) + \theta(1-\pi) = 2.812141968$$

فإن:  $Var(N)$

$$\mu_2 = Var(N) = \theta(1-\pi)(1 + \theta\pi) = 2.285019$$

(5-1) اشتقاق العزم الثالث والرابع حول الصفر لتوزيع بواسون ذي الأصفار الزائدة:

(1-5-1) العزم الثالث حول الصفر لتوزيع بواسون ذي الأصفار الزائدة:

$$\begin{aligned} E(N(N-1)(N-2)) &= \sum_{n=1}^{\infty} n(n-1)(n-2)(1-\pi) \frac{e^{-\theta} \theta^n}{n!} \\ &= (1-\pi)e^{-\theta} \sum_{n=1}^{\infty} n(n-1)(n-2) \frac{\theta^n}{n!} \end{aligned}$$

$$= (1 - \pi)e^{-\theta}\theta^3 \sum_{n=1}^{\infty} n(n-1)(n-2) \frac{\theta^{n-3}}{n(n-1)(n-2)(n-3)!}$$

$$= (1 - \pi)e^{-\theta}\theta^3 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\theta^{n-3}}{(n-3)!} = (1 - \pi)e^{-\theta}\theta^3 \times e^{\theta} = \theta^3(1 - \pi)$$

$$E(N^3) = E(N(N-1)(N-2)) + 3E(N^2) - 2E(N)$$

$$\therefore E(N^3) = \theta^3(1 - \pi) + 3[\theta^2(1 - \pi) + \theta(1 - \pi)] - 2\theta(1 - \pi)$$

وباستخدام برنامج Excel فإن:

$$\mu'_3 = E(N^3) = \theta^3(1 - \pi) + 3E(N^2) - 2E(N) = 12.97838$$

(2-5-1) العزم الرابع حول الصفر لتوزيع بواسون ذي الأصفار الزائدة:

$$E(N(N-1)(N-2)(N-3))$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} n(n-1)(n-2)(n-3)(1 - \pi) \frac{e^{-\theta}\theta^n}{n!}$$

$$= (1 - \pi)e^{-\theta} \sum_{n=1}^{\infty} n(n-1)(n-2)(n-3) \frac{\theta^n}{n!}$$

$$= (1 - \pi)e^{-\theta}\theta^4 \sum_{n=1}^{\infty} n(n-1)(n-2)(n-3) \frac{\theta^{n-4}}{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)!}$$

$$= (1 - \pi)e^{-\theta}\theta^4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\theta^{n-4}}{(n-4)!} = (1 - \pi)e^{-\theta}\theta^4 \times e^{\theta} = \theta^4(1 - \pi)$$

$$E(N^4) = E(N(N-1)(N-2)(N-3)) + 6E(N^3) - 11E(N^2) + 6E(N)$$

$$\therefore E(N^4) = \theta^4(1 - \pi) + 6 \left[ \theta^3(1 - \pi) + 3[\theta^2(1 - \pi) + \theta(1 - \pi)] - 2\theta(1 - \pi) \right]$$

$$- 11[\theta^2(1 - \pi) + \theta(1 - \pi)] + 6[\theta(1 - \pi)]$$

وباستخدام برنامج Excel فإن:

$$\mu'_4 = E(N^4) = \theta^4(1 - \pi) + 6E(N^3) - 11E(N^2) + 6E(N) = 68.51558109$$

ومما سبق نجد أن العزوم الأربعة الأولى حول الصفر لتوزيع بواسون ذي الأصفار الزائدة باستخدام برنامج Excel على النحو التالي:

$$\mu'_3 = 12.97838 \quad , \quad \mu'_2 = 2.812141968 \quad , \quad \mu'_1 = 0.726032$$

$$\mu'_4 = 68.51558109$$

(6-1) باستخدام العلاقة بين العزوم المركزية والعزوم الخام، أمكن تقدير العزوم المركزية لتوزيع بواسون متضخم الأصفار كما يلي:

$$\mu_1 = 0$$

$$\mu_2 = \sigma^2 = 2.285019$$

$$\mu_3 = \mu_3' - 3\mu_2'\mu_1' + 2\mu_1'^3 = 7.618684334$$

$$\mu_4 = \mu_4' - 4\mu_3'\mu_1' + 6\mu_2'\mu_1'^2 - 3\mu_1'^4 = 38.88516867$$

(7-1) معامل الإلتواء ( $\sqrt{\beta_1}$ : skewness) ومعامل التفرطح ( $\beta_2$ : kurtosis) لتوزيع بواسون متضخم الأصفار على النحو التالي:

$$\beta_2 = \frac{\mu_4}{(\mu_2)^2} = 7.447393 \quad , \quad \sqrt{\beta_1} = \frac{\mu_3}{(\mu_2)^{3/2}} = 2.205693972$$

جدول (4): مقاييس توزيع بواسون متضخم الأصفار:

Mean	Variance	Skewness	Kurtosis
0.726032	2.285019	2.205694	7.447393

(2) تحديد التوزيع الاحتمالي لقيم مطالبات تأمين الطيران:

جدول (5): توزيع عدد مطالبات تأمين الطيران وفقاً لفئات قيم المطالبات:

عدد المطالبات	قيمة الخسارة
5	0-5m
3	5m-10m
4	10m-15m
2	15m-20m
3	20m-25m

(1-2) تم استخدام برنامج (Easy Fit 5.6 Professional Program) لتوفيق بيانات قيم المطالبات واختبار جودة التوفيق. وكانت النتائج أن قيم المطالبات تتبع توزيع (Weibull) باختبار الفرض التالي:

الفرض العدمي: قيم المطالبات تتبع توزيع وايبل.

الفرض البديل: قيم المطالبات لا تتبع توزيع وايبل.

حيث أن: قيمة (p-value) = 0.17367 طبقاً لإختبار (Chi-Squared) أكبر من ( $\alpha=0.05$ ) وبالتالي نقبل الفرض العدمي بأن قيم المطالبات تتبع توزيع وايبل.

وكانت دالة كثافة الاحتمال ودالة التوزيع التراكمية على الصورة التالية:

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1} \exp\left(-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha\right)$$

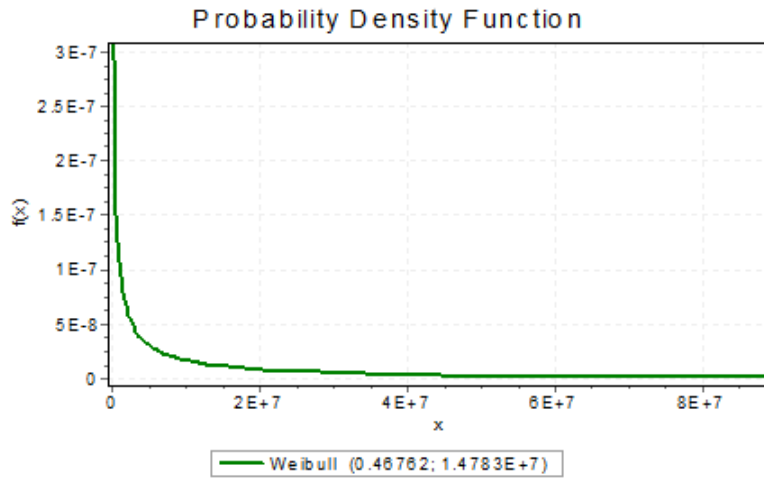
$$F(x) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha\right)$$

$\alpha$ (shape parameter) > 0,  $\beta$ (scale parameter) > 0

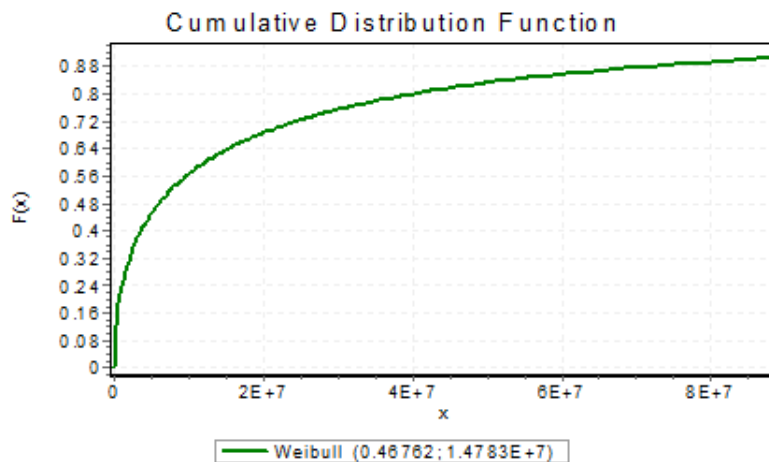
(1-1-2) تقدير معالم توزيع وايبل باستخدام برنامج (Easy Fit 5.6 Professional Program)

وكانت كالتالي: ( $\alpha=0.46762$ ,  $\beta=14783000$ )

(2-1-2) باستخدام برنامج (Easy Fit 5.6 Professional Program) تم الحصول على الأشكال التالية:



شكل (1): يوضح الرسم البياني لدالة كثافة الاحتمال لتوزيع وايبل.



شكل (2): يوضح الرسم البياني لدالة التوزيع التراكمية لتوزيع وايبل.

(3-1-2) جدول (5): مقاييس توزيع وايبل من برنامج (Easy Fit 5.6 Professional Program)

Mean	Variance	St. Dev.	Coef. Of Variance	Skewness	Kurtosis
33722000	$68894 \times 10^{11}$	83002000	2.4614	7.6866	118.66

(2-2) العزوم المركزية لتوزيع وايبل من جدول (5) تكون على النحو التالي:

$$\mu_2 = \sigma^2 = 68894 \times 10^{11}$$

ويمكن إيجاد  $\mu_3$  من العلاقة التالية:

$$\sqrt{\beta_1} = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}}$$

$$\mu_3 = 4.39548 \times 10^{24}$$

ويمكن إيجاد  $\mu_4$  من العلاقة التالية:

$$\beta_2 = \frac{\mu_4}{(\mu_2)^2}$$

$$\mu_4 = 5.63206 \times 10^{33}$$

(3-2) العزوم الأربعة الأولى حول الصفر لتوزيع وايبل باستخدام برنامج Excel كانت على النحو التالي:

$$\mu'_1 = 33722000$$

$$\mu'_2 = 8.02657 \times 10^{15}$$

$$\mu'_3 = 5.13 \times 10^{24}$$

$$\mu'_4 = 6.17 \times 10^{33}$$

(3) العزوم المركزية الأربعة الأولى لتوزيع إجمالي الخسائر (L) من خلال العلاقات التالية (Hon-Shiang Lau, 1984) باستخدام برنامج Excel:

$$\mu_{1(L)} = \mu_N \cdot \mu_X = 24483183.66$$

$$\mu_{2(L)} = \mu_{2(N)} \cdot \mu_X^2 + \mu_N \cdot \mu_{2(X)} = 7.60 \times 10^{15}$$

$$\mu_{3(L)} = \mu_{3(N)} \cdot \mu_X^3 + \mu_N \cdot \mu_{3(X)} + 3\mu_X \cdot \mu_{2(X)} \cdot \mu_{2(N)} = 5.08 \times 10^{24}$$

$$\begin{aligned} \mu_{4(L)} &= \mu_{4(N)} \cdot \mu_X^4 + \mu_N \cdot \mu_{4(X)} + 4\mu_X \cdot \mu_{3(X)} \cdot \mu_{2(N)} \\ &+ 6\mu_X^2 \cdot \mu_{2(X)} [\mu_N \cdot \mu_{2(N)} + \mu_{3(N)}] + 3[\mu_{2(X)}]^2 \cdot [\mu_N^2 - \mu_N + \mu_{2(N)}] \\ &= 6.22727 \times 10^{33} \end{aligned}$$

#### (4) إجمالي الخسائر المتوقعة:

وهي عبارة عن العزم الأول لتوزيع إجمالي الخسائر (L):

$$\mu_L = \mu_N \cdot \mu_X = 24483183.66$$

(5) توفيق التوزيع الاحتمالي الملائم لتوزيع إجمالي الخسائر باستخدام منحنيات بيرسون وإيجاد النموذج الرياضي المركب المقترح للخسائر الإجمالية لفرع تأمين الطيران:

#### (1-5) منحنيات توزيع بيرسون:

يتم استخدام توزيعات بيرسون في التحليل الإحصائي لأي مجموعة من البيانات باستخدام الأربعة عزوم الأولى حول الوسط الحسابي بغض النظر عن التوزيع الذي تتبعه البيانات، حيث يتم استخدام معيار K لتحديد توزيع بيرسون الذي يستخدم لهذه المجموعة من البيانات كالتالي (Yang et al., 2019):

$$K = \frac{\beta_1(\beta_2 + 3)^2}{4[(4\beta_2 - 3\beta_1)(2\beta_2 - 3\beta_1 - 6)]}$$

حيث  $\beta_2$  هو معامل التفرطح،  $\beta_1$  هو مربع معامل الالتواء.

يتم تحديد التوزيع الملائم لتوزيع إجمالي المطالبات من خلال قيمة K. فعلى سبيل المثال إذا كانت قيمة K أقل من الواحد الصحيح فإن التوزيع الملائم لإجمالي المطالبات هو توزيع جاما Gamma distribution، وإذا كانت قيمة K أكبر من الواحد الصحيح فإن التوزيع الملائم لإجمالي المطالبات هو توزيع بيرسون النوع السادس (Pearson Type 6 distribution (Lahcene, 2013)).

(1-1-5) الإلتواء والتفرطح لتوزيع إجمالي الخسائر بمعلومية العزوم المركزية الثاني والثالث والرابع لتوزيع إجمالي الخسائر (L) باستخدام برنامج Excel من خلال العلاقتين التاليتين (Aiuppa, 1988)، (Yang, et al., 2019):

$$\sqrt{\beta_1} = \frac{\mu_3}{\mu_2^{1.5}} = 7.6673$$

$$\beta_1 = (\sqrt{\beta_1})^2 = \left(\frac{\mu_3}{\mu_2^{1.5}}\right)^2 = 58.78749$$

$$\beta_2 = \frac{\mu_4}{(\mu_2)^2} = 107.81$$

(2-1-5) قيمة الثابت (K) باستخدام برنامج Excel:

$$K = \frac{\beta_1(\beta_2 + 3)^2}{4[(2\beta_2 - 3\beta_1 - 6)(4\beta_2 - 3\beta_1)]} = 21.29$$

ووفقاً لمنحنيات بيرسون، إذا كانت قيمة معامل بيرسون أكبر من الواحد الصحيح فإن البيانات في هذه الحالة تتبع توزيع بيرسون النوع السادس Pearson type 6 distribution حيث دالة كثافة الاحتمال لهذا التوزيع كالتالي (vosesoftware.com)

$$f(S) = \frac{\left(\frac{S}{\beta}\right)^{\alpha_1-1}}{\beta B(\alpha_1, \alpha_2) \left(1 + \frac{S}{\beta}\right)^{\alpha_1+\alpha_2}} \quad S > 0 \quad \beta > 0$$

$$\alpha_1 > 0 \quad \alpha_2 > 0$$

وباستخدام برنامج Mathematica تم تقدير معاملات توزيع بيرسون النوع السادس كالتالي:

$$\beta = 2.86657 \quad \alpha_1 = 4.17982 \quad \alpha_2 = 2.94996$$

(3-1-5) النموذج الرياضي المركب المقترح للخسائر الإجمالية لفرع تأمين الطيران على الصورة التالية:

$$f(S) = \frac{\left(\frac{S}{2.86657}\right)^{3.17982}}{0.04501 \left(1 + \frac{S}{2.86657}\right)^{7.13}} \quad S > 0$$

(6) أقصى خسارة إجمالية سنوية محتملة (Hon-Shiang Lau, 1984)، (الديب، 1996):

(Maximum Probable Yearly Aggregate Loss “MPY”):

من أكثر الطرق استخداماً في قياس أقصى خسارة إجمالية سنوية محتملة، معادلات (Bowman-Shenton) التقريبية، وفي هذه الطريقة يتم حساب القيمة المعيارية (z) من خلال المعادلة التالية:

$$Z_{\alpha}(\sqrt{\beta_1}, \beta_2) = \frac{\sum_{i=1}^{10} a_i (\sqrt{\beta_1})^{g_i} (\beta_2)^{h_i}}{\sum_{i=1}^{10} b_i (\sqrt{\beta_1})^{g_i} (\beta_2)^{h_i}}$$

جدول (6): يوضح قيم  $(a_i, b_i, g_i, h_i)$  والمستخرجة من جدول (Bowman-Shenton) عند مستوى معنوية  $(\alpha = 1\%)$ .

i	a <sub>i</sub>	b <sub>i</sub>	g <sub>i</sub>	h <sub>i</sub>
1	-15.787	1	0	0
2	-3.9798	-14.83	1	0
3	23.933	8.5161	0	1
4	24.332	23.701	2	0
5	-46.762	-19.419	1	1
6	6.0862	2.4239	0	2
7	15.874	-1.8451	3	0
8	5.236	4.8007	2	1
9	-2.4644	-1.2525	1	2
10	0.28404	0.099997	0	3



وبالتعويض في معادلة القيمة المعيارية (z) السابقة بقيمة كلاً من  $(\sqrt{\beta_1}, \beta_2)$  لتوزيع إجمالي الخسائر وبالقيم الواردة في الجدول السابق، نحصل على القيمة المعيارية  $(z) = 3.692664$  ، وبالتالي يمكن تقدير أقصى خسارة إجمالية سنوية محتملة من المعادلة التالية:

$$MPY = \mu_{1(L)} + Z \times \sqrt{\mu_{2(L)}} = 346402126$$

$$MPY = \text{mean} + Z \times \text{standard deviation}$$

### (7) احتمال الاحتفاظ المناسب:

وباستخدام برنامج Mathematica ، wolfram Alpha computational intelligence  
يتم إيجاد التكاملات التالية:

(1-7) تكامل دالة بيرسون النوع السادس من الصفر حتى قيمة أقساط التأمين المباشرة لفرع تأمين الطيران في السنة الأخيرة:

$$\int_0^{147310000} \frac{(S/2.86657)^{3.17982}}{0.04501 \left(1 + \frac{S}{2.86657}\right)^{7.13}} ds = 0.9998$$

(2-7) تكامل دالة بيرسون النوع السادس من الصفر وحتى أقصى خسارة محتملة:

$$\int_0^{346402126} \frac{(S/2.86657)^{3.17982}}{0.04501 \left(1 + \frac{S}{2.86657}\right)^{7.13}} ds \cong 1$$

(3-7) يمكن تحديد حد الاحتفاظ من خلال إيجاد قيمة T لتوزيع بيرسون النوع السادس المبتور والتي تعطى نفس المساحة تحت المنحنى لقيم أقساط التأمين المباشر لآخر سنة من سنوات الدراسة.

$$\int_0^T \left( \frac{\frac{(S/2.86657)^{3.17982}}{0.04501 \left(1 + \frac{S}{2.86657}\right)^{7.13}}}{\int_0^{346402126} \frac{(S/2.86657)^{3.17982}}{0.04501 \left(1 + \frac{S}{2.86657}\right)^{7.13}} ds} \right) ds = 0.9998$$

وتم التوصل إلى قيمة T :

$$T = 67992595.65$$

وقيمة T تمثل قيمة حد الاحتفاظ المناسب، وهي قيمة الخسارة التي تتحملها شركة مصر للتأمين في فرع الطيران.

(4-7) معدل الاحتفاظ المناسب لفرع تأمين الطيران:

وبالتالي، فإن معدل الاحتفاظ المناسب لفرع تأمين الطيران =

$$\frac{67992595.65}{346402126} = 19.63\%$$

وبمقارنة معدل الاحتفاظ المناسب بالمعدل الفعلي 30.3% في ذات العام نلاحظ انخفاض معدل الاحتفاظ المناسب عن المعدل الفعلي ونلاحظ أن معدل الاحتفاظ المناسب يتناسب مع توجه الشركة بخفض معدل الاحتفاظ في فرع الطيران في الأعوام التالية لتخفيض معدل الخسائر في فرع تأمين الطيران.

نتائج الدراسة:

تتمثل أهم النتائج التي توصلت إليها الدراسة فيما يلي:

- 1) باستخدام برنامج (Easy Fit 5.6 Professional Program)، أوضحت النتائج أن:
  - بيانات عدد المطالبات لا تتبع أحد التوزيعات المتقطعة في البرنامج، مما أدى إلى البحث عن توزيع آخر يوافق هذه البيانات. وبالتالي تم البحث عن مؤشر الأصفار الزائدة لاستخدام توزيع بواسون متضخم الأصفار لتوفيق بيانات عدد المطالبات واختبار جودة التوفيق للتوزيع. وكانت النتائج أن عدد المطالبات يتبع توزيع بواسون متضخم الأصفار.
  - معلمات توزيع بواسون متضخم الأصفار باستخدام طريقة العزوم، كانت على النحو التالي:  
 $\hat{\theta} = 2.873302$ ،  $\hat{\pi} = 0.747318$
  - مقاييس توزيع بواسون متضخم الأصفار كانت كالتالي:

Mean	Variance	Skewness	Kurtosis
0.726032	2.285019	2.205694	7.447393

- بيانات قيم المطالبات تتبع توزيع (Weibull) بمعلمتين ( $\alpha=0.46762$ ،  $\beta=14783000$ ).
- مقاييس توزيع وايبل كانت كالتالي:

Mean	Variance	St. Dev.	Coef. Of Variance	Skewness	Kurtosis
33722000	$68894 \times 10^{11}$	83002000	2.4614	7.6866	118.66

- 2) التوزيع الاحتمالي لتوزيع إجمالي الخسائر وفقاً لمنحنيات بيرسون يتبع توزيع بيرسون النوع السادس بثلاث معلمات:

$$\beta = 2.86657 \quad \alpha_1 = 4.17982 \quad \alpha_2 = 2.94996$$

- 3) النموذج الرياضي المركب المقترح للخسائر الإجمالية لفرع تأمين الطيران على الصورة التالية:

$$f(S) = \frac{\left(\frac{S}{2.86657}\right)^{3.17982}}{0.04501 \left(1 + \frac{S}{2.86657}\right)^{7.13}} \quad S > 0$$

- 4) أقصى خسارة إجمالية سنوية محتملة باستخدام معادلات (Bowman-Shenton) التقريبية قد بلغت (346402126).
- 5) معدل الاحتفاظ المناسب لفرع تأمين الطيران 19.63%.

#### التوصيات:

##### توصي الدراسة:

- 1- إمكانية استخدام توزيع بواسون متضخم الأصفار في توفيق بيانات أعداد المطالبات في فرع تأمين الطيران.
- 2- إمكانية استخدام برنامج (Easy Fit 5.6 Professional Program)، وبرنامج (wolfram Alpha computational intelligence) في شركات التأمين.
- 3- ضرورة تخفيض معدل الاحتفاظ في فرع تأمين الطيران في شركة مصر للتأمين لتقليل معدلات الخسائر في هذا الفرع.
- 4- محاولة تحديد حد الاحتفاظ المناسب في فرع تأمين الطيران باستخدام مقياس القيمة المعرضة للخطر ونظرية التعثر.

#### المراجع:

##### أولاً: المراجع العربية:

- 1) إبراهيم، أحمد عبدالرحمن سيد أحمد (2013): نموذج كمي لتحديد معدل احتفاظ مناسب لشركات التأمين المصرية: دراسة تطبيقية، مجلة البحوث المالية والتجارية، كلية التجارة، جامعة بورسعيد، العدد1، ص 426-460.
- 2) البجوحى، عفاف محمد سليمان (1998): دراسة تحليلية مقارنة لتأمين الطيران المدني في مصر، مجلة البحوث التجارية المعاصرة، كلية التجارة، جامعة سوهاج، المجلد12، العدد2، ص229-260.
- 3) بردويل، شوقى عبد الحميد عبيدى (2021):التأمين ضد مخاطر النقل الجوى، مجلة القلم العلمية، مركز بحوث ودراسات دول حوض البحر الأحمر، ع9، ص ص 67- 86 .
- 4) الخواجة، حامد عبد القوى محمد (2012): نموذج إحصائي لتحديد حد الاحتفاظ المناسب لشركات التأمين السعودى: دراسة تطبيقية، مجلة البحوث المالية والتجارية، كلية التجارة، جامعة بورسعيد، العدد2، ص ص 665-696.
- 5) الخواجة، حامد عبد القوى محمد، أشرف عبد الظاهر سيد (2019): نموذج كمي لتحديد حد احتفاظ ملائم لتأمين المركبات بسوق التأمين السعودى بغرض تحليل أخطار المحفظة التأمينية، مجلة التجارة والتمويل، كلية التجارة جامعة طنطا، ع2، ص ص 593 – 631.
- 6) الديب، على السيد عبده (1996): استخدام التوزيعات الاحتمالية (منجنيات بيرسون) في تقدير الحد الأقصى لإجمالى الخسائر السنوية المحتملة التي تتعرض لها شركة التأمين، المجلة المصرية للدراسات التجارية، كلية التجارة، جامعة المنصورة، المجلد20، العدد1.
- 7) عبد الحميد، هبه سلطان محمد (2014): استخدام التوزيعات الاحتمالية في تحديد حد الاحتفاظ المناسب لشركات التأمين: دراسة تطبيقية، مجلة البحوث المالية والتجارية، كلية التجارة، جامعة بورسعيد، العدد4، ص 363-389.
- 8) عثمان، محمد عبد المولى، محمود سيد أحمد سالم، محمد المهدي محمد على، أحمد عبد الرحمن سيد أحمد ابراهيم (2007): استخدام التوزيعات الاحتمالية في تقدير قيمة أقصى خسارة

إجمالية سنوية محتملة دراسة تطبيقية على شركة مصر للغزل والنسيج بالمحلة الكبرى، المجلة المصرية للدراسات التجارية، كلية التجارة، جامعة المنصورة، المجلد 31، العدد 2، ص ص 575-591.

(9) عجوة، أماني محمد (2019): استخدام توزيع بواسون ذى الأصفار الزائدة وتوزيع هاردل بواسون في نمذجة تكرار المطالبات في تأمين السيارات، المجلة المصرية للدراسات التجارية، كلية التجارة، جامعة المنصورة، المجلد 43، العدد 4.

(10) ناصر، غيدق إسماعيل (2015): استخدام التوزيعات الاحتمالية لدراسة التأمين الإلزامي على السيارات في سورية، رسالة ماجستير، الجمهورية العربية السورية، جامعة تشرين، كلية الاقتصاد، قسم الإحصاء والبرمجة.

### ثانياً: المراجع الأجنبية:

- 1) Aiuppa, T.A. (1988). Evaluation of Pearson curves as an approximation of the maximum probable annual aggregate loss. *Journal of Risk and Insurance*, 425-441.
- 2) Beckett, S., Jee, J., Ncube, T., Pompilus, S., Washington, Q., Singh, A., and Pal, N. (2014). Zero-inflated Poisson (ZIP) distribution: Parameter estimation and applications to model data from natural calamities. *Involve, a Journal of Mathematics*, 7(6), 751-767.
- 3) BÜYÜKYAZICI, M., and KARAGÜL, B.Z. (2020). Optimal Reinsurance Minimizing the Absolute Value of the Difference between the Profits of the Insurer and the Reinsurer. *Gazi University Journal of Science*, 33(2), 579-590.
- 4) Cai, J., and Tan, K.S. (2007). Optimal retention for a stop-loss reinsurance under the VaR and CTE risk measures. *ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA*, 37(1), 93-112.
- 5) El Bolkin, M., Wasif, J.A., Spahr, R. W., El Madawye, M.M., and Sunderman, M.A. (2018) Estimating the Optimal Proportional Reinsurance Method in Property Insurance, *The Egyptian Journal for Commercial Studies*, Faculty of Commerce, Mansoura University, Vol. 42, No. 3, 2-24.
- 6) Eling, M. (2011). Fitting insurance claims to skewed distributions: Are the skew-normal and skew-student good models?. *Insurance: Mathematics and Economics*, 51(2), 239-248.
- 7) <https://www.vosesoftware.com/riskwiki/PearsonType6distribution.php>
- 8) <https://www.wolframalpha.com/>
- 9) Ignatov, Z. G., Kaishev, V. K., & Krachunov, R. (2003). Optimal retention levels, given the joint survival of cedent and reinsurer.
- 10) Korjenskaya, G. (2022). Reinsurance in Belarus: market analysis and new challenges in modern conditions. *Przedsiębiorstwo we współczesnej gospodarce-teoria i praktyka*, 2(35), 23-40

- 11) Lahcene, B. (2013). On Pearson families of distributions and its applications. *African Journal of Mathematics and Computer Science Research*, 6(5), 108-117.
- 12) Lambert, D. (1992). Zero-inflated Poisson regression, with an application to defects in manufacturing. *Technometrics*, 34(1), 1-14.
- 13) Lane, M.N. (2005). Pricing issues in aviation insurance and reinsurance. *The Journal of Risk Finance*.
- 14) Lau, H.S. (1984). An effective approach for estimating the aggregate loss of an insurance portfolio. *Journal of Risk and Insurance*, 20-30.
- 15) Li, D., and Shen, C. (2020). Optimal reinsurance strategy for an insurer and a reinsurer with generalized variance premium principle. *Mathematical Problems in Engineering*, 2020.
- 16) Malhotra, A., and Tyagi, P. (2020). Reinsurer practices in aviation. *Vidhigya: The Journal of Legal Awareness*, 15.
- 17) Njegomir, V., and Maksimović, R. (2009). Risk transfer solutions for the insurance industry. *Economic annals*, 54(180), 57-90.
- 18) Noviyanti, L., Soleh, A. Z., Chadidjah, A., and Rusyda, H. A. (2018). Optimal Retention for a Quota-Share Reinsurance. *Jurnal Teknik Industri*, 20(1), 25-32.
- 19) Puig, P., and Valero, J. (2006). Count data distributions: some characterizations with applications. *Journal of the American Statistical Association*, 101(473), 332-340.
- 20) Sakthivel, K.M., and Rajitha, C.S. (2018). Estimation of zero-inflation parameter in zero-inflated Poisson model. *International Journal of Mathematics Trends and Technology*, 56(2), 135-140.
- 21) Wagh, Y.S., and Kamalja, K.K. (2018). Zero-inflated models and estimation in zero-inflated Poisson distribution. *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, 47(8), 2248-2265.
- 22) Wolny-Dominiak, A. (2013). Zero-inflated claim count modeling and testing—a case study. *Ekonometria*, (39), 144-151.
- 23) Yang, Q., An, X., and Pan, W. (2019). Computing and graphing probability values of Pearson distributions: a SAS/IML macro. *Source code for biology and medicine*, 14, 1-6.
- 24) Yip, K. C., and Yau, K. K. (2005). On modeling claim frequency data in general insurance with extra zeros. *Insurance: Mathematics and Economics*, 36(2), 153-163.

---

---

## **A mathematical model to determine the appropriate retention rate in the aviation insurance branch**

*Dr. Gehan Mosad El-Madawy; Dr. Amany Mohamed Agwa*

*and Dr. Mohamed Mosad El-Madawye*

### **Abstract:**

Insurance claims data distribution models are considered one of the main tools for actuaries in insurance companies to estimate the insurance price and estimate the value of maximum probable yearly aggregate loss, and fitting the appropriate distribution of actual claims data is a closely related problem and a task that is not easy in actuarial studies. Misr Insurance Company acquires 99.3% of aviation insurance premiums and direct claims paid amounts to 98.2% in the Egyptian market for this the research aims to use probability distributions in determining the appropriate retention limit in the aviation insurance branch of Misr Insurance Company by determining the appropriate probability distribution for the numbers and amounts of claims and the appropriate distribution of total losses and then get the mathematical model for total losses, also maximum probable yearly aggregate loss and appropriate retention rate in the aviation insurance branch. The results of the study showed that the number of claims followed zero- inflated Poisson distribution, the values of claims follow the Weibull distribution. Also, probability distribution of total losses according to Pearson curves follow (Pearson 6 Distribution), and the maximum probable yearly aggregate loss by using the approximate (Bowman-Shenton) equations is (346402126). The appropriate retention rate in the aviation branch is 19.63%. The study recommends the possibility of using zero- inflated Poisson distribution in fitting the number of claims data in aviation insurance, as well as reduce the retention rate in the aviation branch of Misr Insurance Company for reducing the loss rates in this branch.