تقدير مخصص الخسارة باستخدام أسلوب بوتستراب ماك

Bootstrap Mack

بحث مُستَل من رسالة دكتوراه في التأمين والعلوم الاكتوارية

إعداد

أ. أية سعيد حنفى محمود

مدرس مساعد بقسم التأمين والعلوم الإكتوارية

كلية التجارة – جامعة القاهرة

aya.said@foc.cu.edu.eg

د. رأفت أحمد إبراهيم

أستاذ التأمين والعلوم الإكتوارية

كلية التجارة – جامعة القاهرة

د. يمنى محمد عبد العزيز أحمد

مدرس التأمين والعلوم الإكتوارية

كلية التجارة – جامعة القاهرة

المجلة العلمية للدراسات والبحوث المالية والتجارية

كلية التجارة – جامعة دمياط

المجلد الخامس - العدد الأول – الجزء الرابع - يناير ٢٠٢٤

التوثيق المقترح وفقاً لنظام APA:

محمود، أية سعيد حنفي؛ **إبراهيم**، رأفت أحمد؛ **أحمد**، يمنى محمد عبد العزيز (٢٠٢٤). تقدير مخصص الخسارة باستخدام أسلوب بوتستراب ماكBootstrap Mack ، **المجلة العلمية للدراسات والبحوث المالية والتجارية**، كلية التجارة، جامعة دمياط، ٥(١)٤، ٨٩-١١٤.

رابط المجلة: https://cfdj.journals.ekb.eg/

تقدير مخصص الخسارة بإستخدام أسلوب بوتستراب ماك

Bootstrap Mack

أ. أية سعيد حنفى محمود؛ د. رأفت أحمد إبراهيم؛ د. يمنى محمد عبد العزيز أحمد

مستخلص البحث

يهدف هذا البحث إلى تقدير مخصص الخسارة باستخدام أحد النماذج العشوائية والتي تعتمد في تطبيقها على استخدام أسلوب البوتستراب Bootstrap من خلال تطبيق نموذج Mack، وقد أسفر النموذج المقترح عن تقدير لمعالم النموذج من أجل التوصل إلى أفضل تقدير لمخصص الخسارة والحصول على مقاييس التباين لمواكبة السياسات الرقابية الحديثة المطبقة على مستوى الاتحاد الأوروبي، وتوصلت الدراسة إلى بلوغ القيمة المتوقعة لمخصص الخسارة في فرع التأمين الهندسي ١١٢ مليون جنيه بنسبة خطأ معياري للتنبؤ ١٥٪، وقد أوصت الدراسة بأهمية استخدام أسلوب البوتستراب لتقدير مخصص الخسارة بالاستعانة بالبرامج الإكتوارية والإحصائية المتطورة لما لها من مزايا في الحصول على جميع المعلومات المطلوبة حول توزيع الخسارة وخطأ التنبؤ في التقدير.

الكلمات المفتاحية: مخصص الخسارة؛ النماذج العشوائية؛ نموذج Mack Model؛ أسلوب البوتستراب Bootstrap.

١- المقدمة

تقوم الطرق التقليدية الإكتوارية ببساطة بوضع تقدير بنقطة للمدفوعات المستقبلية المتوقعة في فترة محددة، فالمدفوعات الفعلية ستكون مختلفة عن تلك المتوقعة ولاتعطي هذه الطرق أي فكرة حول ما إذا كان هذا الإختلاف مهمًا أو معنويًا أم لا، بينما تمكن النماذج العشوائية الخبير الإكتواري من إنتاج مدى أو نطاق ما والذي من خلاله يتوقع بأن تقع المدفوعات بمستوي معين من الثقة (عبد الرحيم، عفاف عنتر، ٢٠٢١)، فالهدف الرئيسى من هذا البحث هو اشتقاق التغير "خطأ التنبؤ" في مخصص الخسارة لتقديره بدقة عالية وبدلًا من أن تعطي تقدير بنقطة واحدة فقط فإنها تقيس أيضا أوجه عدم التأكد وتقدر الخطأ في تقديرات تلك المخصصات، ويهتم هذا البحث باستخدام النماذج العشوائيةStochastic Models التي تستخدم أسلوب البوتستراب Bootstrap من أجل الحصول على تقديرات التباين للمخصصات المتوقعة، وتقديم أسلوب البوتستراب كإطار أكثر تفصيلًا وشمولًا لتقدير مخصص الخسارة باستخدام نموذج Mack لتحقيق الهدف المطلوب، وتوفير مقاييس الموقع (أفضل التقديرات) ومقاييس الدقة (مقاييس التباين)، حيث يتميز تطبيق أسلوب البوتستراب Bootstrap بأنه أسلوب احصائي مباشر وسهل التنفيذ في جدول بيانات Excel دون أي تضمين لحزم إحصائية أو برامج متخصصة، فهو يسهل الحصول على التوزيع التنبؤي الكامل للمخصصات، ويعتبر أسلوب البوتستراب أكثر فاعلية في حالة عدم وجود معلومات كافية حول التوزيع الاحتمالي للمطالبات لأنه يزود الخبير الإكتواري بجميع المعلومات اللازمة كتقدير مخصص المطالبات العشوائي وتقدير خطأ التنبؤ ومدى المخصص(Ogutu, J. A, 2011)، وسيركز هذا البحث ليس فقط على التنبؤ بالقيم المستقبلية ولكن أيضًا على تحديد مقاييس التباين لتنبؤات الخسارة، وتحاول طرق مخصص الخسارة التنبؤ بالمثلث السفلي لبيانات المطالبات، وغالبًا ما يتم تكبد هذه المطالبات ولكن لم يتم الإبلاغ عنها (IBNR) حيث حدثت مطالبة ولكن لم يتم تقديمها بعد، أو تم الإبلاغ عنها ولكن لم يتم تسويتها (RBNS) حيث تكون المطالبة معروفة ولكن لم يتم سدادها بالكامل، ويحاول مخصص الخسائر التنبؤ بقيم المطالبات التراكمية (Goovaerts, Dhaene, and Denuit, 2009 .(Kaas,

٢- طبيعة المشكلة

تتمثل مشكلة البحث في أن الطرق المستخدمة في تقدير مخصص الخسارة في سوق التأمين المصرية تضع تقديرًا بنقطة واحدة ولا تقيم الفرق المتوقع بين تقديرات المطالبات المتوقعة والمدفوعات المستقبلية الفعلية، ولم تأخذ في اعتبارها مقاييس التباين في قيم مخصصات الخسارة التي سيتم سدادها في المستقبل وعدم أخذ عدم التأكد Uncertainty في تقديرات تلك المخصصات والذي يمثل مقاييس ومؤشرات قوية لقياس قوة المخصص ويعطي فرصة لمعرفة ما إذا كانت المطالبات الفعلية أكبر أو أقل من المخصص المقترح، بينما النماذج العشوائية تأخذ في اعتبارها هذه المقاييس حيث تسمح باختبار صلاحية الافتراضات إحصائيًا، ولا تعطي تقديرات للقيمة المتوقعة للمدفوعات المستقبلية فقط بل أيضًا تعطي مدى التغير في تلك القيمة المتوقعة.

٣- أهداف البحث

يتمثل هدف البحث في الوصول إلى تقدير أكثر دقة لقيمة مخصص الخسارة عن طريق استخدام أسلوب Bootstrap Mack، وإثبات أن طرق تقدير مخصص الخسارة بالطرق التقليدية قد تتجاهل بعض العوامل الرئيسية الواجب تضمينها في مخصص الخسارة لتقدير عدم التأكد والتباين في مخصص الخسارة، بينما استخدام النماذج العشوائية لتقدير مخصص الخسارة تأخذ في اعتبارها المزيد من المعلومات الإضافية كالأخطاء المعيارية للمعلمات (خطأ التنبؤ) وتقديرات المخصص والتي لا توفرها الطرق التقليدية، بالإضافة إلى إبراز مزايا أسلوب البوتستراب Bootstrap حيث يكون أكثر فاعلية في حالة عدم وجود معلومات كافية حول التوزيع الاحتمالي للمطالبات، ويزود الخبير الإكتواري بجميع المعلومات اللازمة.

٤- أهمية البحث

تعد دقة تقدير مخصص الخسارة في تأمينات الممتلكات والمسئوليات أمرًا حاسمًا لنجاح شركة التأمين ولضمان استمرار ملاءتها المالية أي قدرتها على سداد التزاماتها والوفاء بدفع التعويضات المستقبلية، وبالتالي تتمثل أهمية تقدير التباين لمخصص الخسارة في شركات التأمين باستخدام النموذج العشوائي في أنه يجب أن يكون لدى الشركة رؤية واضحة للخسائر غير المتوقعة، حيث تتجه المتطلبات التنظيمية ومعايير المحاسبة الدولية نحو طلب مزيد من المعلومات حول التوزيع لمخصص الخسارة، كما ينتهج المنهج العشوائي المزيد من المعلومات الاضافية لاعتماده على افتراضات النموذج، كالأخطاء المعيارية للمعلمات وتقديرات المخصص والتي لا توفرها الطرق التقليدية الإكتوارية.

٥- حدود البحث

تقتصر حدود البحث على بيانات إحدى شركات التأمين المصرية في قطاع تأمينات الممتلكات والمسئوليات وذلك عن الفترة من عام ٢٠١٢ حتى عام ٢٠٢١، واستخدام بيانات مثلث الخسائر لإجمالي المطالبات المبلغة السنوية في فرع التأمين الهندسي.

٦- منهجية البحث

يعتمد هذا البحث على استخدام أسلوب Bootstrap Mack لتقدير مخصص الخسارة في تأمينات الممتلكات والمسئوليات ، ويتم تطبيق هذا النموذج من خلال دراسة (England, P. D., & Verrall, R. J. ,2006) ، ويعتبر نموذج Mack أشهر نموذج يعيد انتاج تقديرات طريقة التسلسل السلمى Chain Ladder والحصول على متوسط وتباين النتائج، وغالبًا يكون من الصعب الحصول على التوزيع الكامل ، وبالتالي تم استخدام أسلوب البوتستراب للحصول على التوزيع التنبؤى الكامل لنموذج ماك وذلك من خلال اضافة افتراضات توزيعية للحصول على مقاييس المقدر لمخصص الخسارة .

٧- الدراسات السابقة

تم إنشاء العديد من النماذج في تقدير مخصص الخسارة والتي اهتمت بتطبيقها دراسات (England, P. D., & Verrall, R. J.,2002)، وقد تناولت دراسة (الديب، على السيد، ٢٠٠١) تطوير طريقة التسلسل السلمي (CL) المستخدمة في شركات التأمين المصرية لتقدير مخصص الخسارة، بينما قامت دراسة (المعداوي، جيهان مسعد، ٢٠١٠) بتقدير مخصصات الخسارة في التأمينات العامة وذلك باستخدام مجموعة من الطرق الرياضية التي تعتمد على أسلوب (run- off triangle) لتقدير مخصص الخسارة، واهتمت دراسة (سليم ،أحمد فؤاد ، وآخرون، ٢٠١٢) بتقدير مخصص التعويضات تحت التسوية باستخدام بعض الطرق الإحصائية مثل طريقة التسلسل السلمي وطريقة التسلسل السلمي المعدلة بالتضخم وطريقة الفصل لتايلور وطريقة نسبة الخسارة وطريقة بورنهيترفيرجسون من أجل تقدير هذا المخصص بشكل أكثر دقة ، وتوصلت دراسة (عبد القوي، رغدة أحمد ، ٢٠١٩) إلى تقدير أكثر معقولية واستقرارًا للتعويضات النهائية المتوقعة لحساب مخصص المطالبات التي وقعت ولم يتم الإبلاغ عنها حتى نهاية المركز المالي IBNR، وباستعراض الدراسات السابقة اهتم الباحثين بتقدير مخصص الخسارة باستخدام طرق وأساليب تقليدية مختلفة ولم ينصب اهتمام الباحثين بالتركيز على تطبيق النماذج العشوائية التي تأخذ في اعتبارها مدى التغير أو التباين في قيم تلك المطالبات التي يتم سدادها فعلاً في المستقبل وأهمية إستخدام طريقة البوتستراب لتقدير مخصص الخسارة التى تعتمد على نهج المحاكاه في تقدير خطأ التنبؤ بدلًا من الحسابات التحليلية المعقدة ومن هنا تتمثل مشكلة البحث.

٨- خطة البحث

تتمثل خطة البحث في الآتي:

الإطار النظري لتقدير مخصصات الخسارة باستخدام أسلوب Bootstrap Mack .

التطبيق العملي لتقدير مخصصات الخسارة باستخدام أسلوب Bootstrap Mack.

وفيما يلي عرضًا تفصيليًا لمحاور خطة البحث

٨-١الإطار النظري لتقدير مخصصات الخسارة باستخدام أسلوب Mack Bootstrap

٨-١-١ مقدمة في البوتستراب

البوتستراب هو أسلوب محاكاة بسيط لكنه قوي للغاية، حيث يتضمن أخذ العينات (مع الاستبدال) عدة مرات من مجموعة البيانات الفعلية من أجل انشاء عدد من مجموعات البيانات المحاكاه، ثم بعد ذلك إعادة تقدير النموذج لكل مجموعة بيانات جديدة، والحصول على توزيع للمعلمات، وتتمثل إحدى الميزات الرئيسية لاستخدام أسلوب البوتستراب في أنه بدلاً من محاولة الحصول على خطأ التنبؤ بالحسابات التحليلية، يمكن العثور عليه من خلال المحاكاة وحسابه بسهولة في جدول بيانات، ويمكن الحصول على تباين عملية Process Variance البوتستراب بضرب إجمالي مبلغ المخصص لكل سنة من الحوادث بمعامل المقياس المقدر، والحصول على إجمالي سنة الحوادث R، عن طريق حساب تقديرات التسلسل السلمي للمخصصات المستقبلية على بيانات مبلغ المطالبة الفعلية (ST7,2013).

٨-١-٢ نموذج ماك الخالي من التوزيع Mack's distribution free model

تم اقتراح نموذج ماك من قبل Thomas Mack في ورقة أكاديمية نُشرت عام ١٩٩٣، حيث يمثل أشهر نموذج تحليلي يعيد إنتاج reproduces تقديرات التسلسل السلمي، حيث تركز معظم الأساليب التحليلية على متوسط وتباين توزيع النتائج، وغالبًا ما يكون من الصعب جدًا الحصول على التوزيع الكامل، و في إطار نموذج ماك تم وضع افتراضات محدودة فيما يتعلق بتوزيع البيانات الأساسية، لاشتقاق تقديرات متوسط وتباين إجمالي المطالبات النهائية السابقة الناشئة عن كل سنة حادث، دون افتراض أي دالة توزيع لقيمة المطالبات، ولذلك يوصف بأنه نموذج خالي من التوزيع وبالتالي تم تطبيق أسلوب البوتستراب للحصول على التوزيع التنبؤي الكامل(ST7,2013)، ويمكن لطريقتي Mack و bootstrapping تقدير التباين بناءً على البيانات التاريخية المتاحة، نظرًا لأن البيانات التاريخية لن تتضمن حتمًا جميع الخسائر المحتملة، حيث أن هذه الطرق (وأي طرق أخرى تستند إلى البيانات التاريخية) ستقلل من شأن التباين، وبالتالي طور ماك طريقة خالية من التوزيع لتقدير خطأ التنبؤ، وتعتمد الطريقة الخالية من التوزيع لتقدير المخصصات على الافتراضات الآتية:

أ. نمط Run off هو نفس النمط لكل سنة حادث (كما في التسلسل السلمي).

ب. التباين في المطالبات التراكمية خلال فترة التطور (t) يكون متناسب مع مبلغ المطالبات التراكمية خلال الفترة السابقة(t-1) .

ت. عدم ارتباط عوامل التطور development factors ببعض، وبالتالي يعتبر تقدير المخصص تقدير غير متحيز Unbiased Estimate، حيث يتم حساب عوامل التطور على أنها متوسط الحجم المرجح لعوامل التطور الفردية، حيث يوضح ماك أن هذا الحساب، ضمن نموذجه، يعطي تقديرات غير متحيزة لعوامل التطور، وأن تطبيق عوامل التطور المقدرة لتقدير الخسارة النهائية يعطي تقديرًا غير متحيز للمطالبات النهائية.

- وتتمثل عوامل التطور في $0 < f_1\ f_2 \ldots f_{j-1} \ldots . f_{J-1}$ حيث $E\left[\, C_{i,j} \,|C_{i,0} \ldots C_{i,j-1}\,\right] = C_{i,j}\, f_j$

$C_{i,j}$ يمثل متغير عشوائي للمطالبات التراكمية في سنة الحادث i وسنة التطور j ويرمز لها ب k في دراسة Mack، و $\{ C_{k,1}, \ldots, C_{k,J} \}$ يمثل متغير مستقل حيث $i \neq k$، و E يرمز للتوقع.

- $Var\left[\, C_{i,j} \,|C_{i,0} \ldots C_{i,j-1}\,\right] = C_{i,j}\, \sigma_j^2$، وتمثل σ_j^2 تباين المطالبات.

قام Mack بتطوير معادلة لخطأ التنبؤ بسنة الحادث لمقدر المخصصات الكلية overall reserves من حيث المطالبات التراكمية $C_{i,j}$ وعوامل التطور f_j ومكونات التباين σ_j^2، ومن المهم أن نفترض أن عوامل التطور غير مترابطة كما ذكرنا سابقًا، على سبيل المثال، إذا كان عامل التطور مرتفعًا في فترة واحدة، فلا يتبع ذلك أنه يجب أن يكون مرتفعًا (أو منخفضًا) في الفترة التالية، نظرًا لأن المخصص المطلوب (لكل سنة حادث i، يجب أن نشير إليه بالرمز(Q_i) و يمثل مبلغ المطالبة وتتمثل في المعادلة الآتية:

$$Q_i = C_{i,J} - C_{i,I-i}, \quad I = J = n$$

المطالبات التراكمية الفعلية في الوقت t = I عادة ما يتم ترتيبها في مثلث، ويُشار إلى هذا المثلث بإسم مثلث مخصص المطالبات العلوي، بدلاً من السنة المحاسبية الحالية t = I ، و يأخذ في الاعتبار السنوات المحاسبية اللاحقة t> I ، و على وجه الخصوص، بالنسبة لجميع السنوات المحاسبية t = I،...، I + J وتقدر مخصص التعويضات تحت التسوية عند الوقت t من خلال المعادلة الآتية : (Mack, T. 1993)

$$R_t = \sum_{i=t-J+1}^{I} C_{i,j} - C_{i,j} - i.$$

R_t هو المبلغ الإجمالي المطلوب في الوقت t لتغطية جميع المطالبات في حالة run-off، والهدف هو إيجاد تنبؤات مناسبة لـ مخصص التعويضات تحت التسوية لنقطة زمنية معينة $t \geq I$، ونشير إلى هذه التوقعات على أنها المخصصات، وتقدر طريقة التسلسل السلمي مبلغ المطالبات النهائية لسنة الحادث C_i (Gabrielle, A., & Wüthrich, M. V., 2019)، كما أظهر (Chase, T. R, 2015) طرق مخصص المطالبات العشوائية في تأمينات الممتلكات والمسئوليات لعام ٢٠٠٩ أن:

أ. المقدر $\hat{f}_j$ هو مقدر غير متحيز لـ f_j
ب. بناءً على النقطة السابقة، المقدر $\hat{C}_{i,j}$ ، هو مقدر غير متحيز لـ $C_{i,j}$
ت. المقدر $\hat{Q}_i$ مقدر غير متحيز لـ Q_i.

وبالنظر إلى أن مبلغ المطالبة النهائي C_i، مستقل عن كل سنة حادث، وبالتالي فإن متوسط الخطأ التربيعي (MSE) للمقدر (غير المتحيز) $\hat{Q}_i$ لكل مشاهدة مستقبلية Q_i، ويمكن أن يتجزأ إلى جزأين تباين التقدير وتباين العملية من خلال المعادلة الآتيه:

$$\begin{aligned} MSE[\hat{Q}_i] &= E[(Q_i)^2] - \hat{Q}_i] = E[(C_{i,j} - C_{i,j})^2 - \hat{C}_{i,j} + C_{i,j}] \quad (1) \\ &= E[(C_{i,J})^2 - \hat{C}^2{}_{i,J}] = MSE[\hat{C}_{i,j}] \end{aligned}$$

متوسط الخطأ التربيعي لمقدر المخصص $\hat{Q}_i$ يساوي متوسط الخطأ التربيعي لمقدر مبلغ المطالبات النهائية $\hat{C}_{i,J}$ ، ويوضح Mack (1993) أن تقدير المعلمة f_i المحسوبة باستخدام طريقة التسلسل السلمي غير متحيز، ويُقترح أيضًا مقدار غير متحيز لـ σ_j^2 :

$$\hat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{J-j-1} \sum_{i=0}^{I-j-1} C_{i,j} \left(\frac{C_{i,j+1}}{C_{i,j}} - \hat{f}_j\right)^2 for\ 0 \leq j \leq J-1 \quad (2)$$
$$for\ j = J$$

$$\hat{\sigma}^2_J = min\left(\frac{\hat{\sigma}^2_{J-1}}{\hat{\sigma}^2_{J-2}}, min\left(\hat{\sigma}^2_{J-2}, \hat{\sigma}^2_{J-1}\right)\right) \quad (3)$$

تم العثور على متوسط الخطأ التربيعي(MSE) لسنة واحدة من خلال المعادلة الآتية:

$$MSE\left(\hat{Q}_i\right) = \hat{C}_{i,J} \sum_{j=I+1-j}^{I-1} \frac{\hat{\sigma}_j^2}{\hat{f}_j^2}\left(\frac{1}{\hat{C}_{i,j}} + \frac{1}{\sum_{k=1}^{J-j} C_{kj}}\right) \quad (4)$$

$\hat{C}_{i,J}$: تمثل المطالبات المستقبلية المقدرة لسنوات السداد المقدرة باستخدام التسلسل السلمي.

وبالنسبة إلى سنوات الحوادث الإجمالية، يتم تعريف the conditional MSEP للمتنبئ بإجمالي مبلغ المطالبة النهائي على النحو الآتي:

$$= \sum_{i=2}^{J}\left[\left(SE\left(\hat{Q}_i\right)\right)^2 + \hat{C}_{i,J}\left(\sum_{k=i+j}^{J} \hat{C}_{k,J}\right)\sum_{j=I-j}^{I} 2\,\frac{\hat{\sigma}^2{}_j}{\hat{f}^2{}_j}\left(\frac{1}{\sum_{k=1}^{J-j} C_{kj}}\right)\right. \quad (5)$$

ولحساب الخطأ المعياري (SE) في تقدير المخصص الإجمالي تم أخذ الجذر التربيعي للمعادلة السابقة، ولصياغة هذه المعادلات الخاصة بنموذج ماك قامت الباحثة بالرجوع إلى الدراسات (Mack, T. 1993) و (Osman,A., 2019) ، وتم إجراء امتداد لنموذج Mack من خلال دراسة (England, P. D., & Verrall, R. J., 2006) خلال العقد الماضي، حيث استكشفوا استخدام bootstrapping في نموذج Mack، وتم إعطاء نموذج Mack مكانًا في العديد من نماذج رأس المال العشوائية في صناعة التأمين. (Joseph Lo, A., 2011).

٨-١- ٣ بوتستراب ماك Bootstrap Mack

يتطابق إجراء أسلوب bootstrap Mack تقريبًا مع الإجراء الخاص بالنموذج ذي الحدين السالب، نظرًا لأنه أيضًا نموذج تكراري، وتكمن الاختلافات في افتراضات التوزيع الأساسية، والتي تحدد التعريف المستخدم للبواقي، و حساب معلمات المقياس، وهذا يسلط الضوء، في هذا السياق، على أن البوتستراب لا يمكن اعتباره "خاليًا من التوزيع distribution-free "، حيث يجب وضع افتراضات توزيعية عند تحديد النماذج الإحصائية المتمثلة في تحديد وتقدير النموذج الإحصائي والحصول على تنبؤات بما في ذلك خطأ العملية process error، وللحصول على تقديرات المعلمات الرئيسية، تم استخدام معدل التطور f_{ij} كمتغير استجابة، من خلال المعادلة الآتية (England, P. D., & Verrall, R. J, 2006):

$$E\left[f_{i,j}\right]\left[D_{i,j-1}\right] = \lambda_j \; and \; Var\left[f_{i,j}\middle|D_{i,j-1}\right] = \frac{\sigma^2{}_j}{D_{i,j-1}} \; for\; j \geq 2 \quad (6)$$

D_{ij} المطالبات التراكمية، λ_j و σ_j^2 المتوسط والتباين، f_{ij} عامل التطور الفعلي، λ_j عوامل التطور المتوقعة، ومن خلال المعادلة الآتيه $X_u = f_{ij}$, $m_u = \lambda_j$, $w_u = D_{i,j-1}$ and $V(m_u) = 1$، تم تعريف النموذج باستخدام معلمات مقياس scale parameters غير ثابتة $\phi_j = \sigma_j^2$

$$r_u = r_{PS}\left(X_u, \widehat{m}_u, w_u, \widehat{\emptyset}\right) = \frac{X_u - \widehat{m}_u}{\sqrt{\frac{\widehat{\emptyset}\, V\left(\widehat{m}_u\right)}{w_u}}}.$$

وبالتالي تم تعريف قيم البواقي من بيرسون Pearson Residual على أنها

$$r_{ij} = r_{PS}\left(f_{ij}, \hat{\lambda}_j, w_{ij}, \hat{\sigma}_j \right) = \frac{\sqrt{w_{ij}}\,(f_{ij} - \hat{\lambda}_j)}{\hat{\sigma}_j}.$$

وبدءًا من أحدث المطالبات التراكمية، يمكن الحصول على التنبؤات بخطوة واحدة لكل تكرار بوتستراب من خلال سحب عينة من توزيع العملية الأساسي، هذا هو: $i = 2,3,\dots,n$

$$D^{*}_{i,n-i+2} \mid D_{i,n-i+1} \sim Normal\,(\tilde{\lambda}_j D_{i,n-i+1}, \widehat{\sigma^2}_j\, D_{i,n-i+1}$$

ويمكن الحصول على المطالبات السنوية المتوقعة the forecast incremental claims، وتجميعها باستخدام المعادلة الآتيه لتوفير توزيعات تنبؤية للالتزامات تحت التسوية، مجموع الصف للقيم المتوقعة والمخصص الإجمالي (حتى سنة التطوير ن)

$$\sum_{j=n-i+2}^{n} C_{ij} \text{ and } \sum_{i=2}^{n} \sum_{j=n-i+2}^{n} C_{ij} \text{ , respectively..}$$

٨-١- ٤ تقدير معلمات المقياس Estimation of Scale Parameters

عادة ما يتم التعبير عن افتراضات التوزيع للنماذج الخطية المعممة من حيث العزميين الأوليين فقط، على هذا النحو الآتي:

$$E\,[X_u] = m_u \text{ and } Var\,[X_u] = \frac{\emptyset V\,(m_u)}{w_u}$$

حيث تشير $\emptyset$ إلى معلمة مقياس، $V(m_u)$ هي ما يسمى بدالة التباين (دالة للوسط) و w_u هي أوزان (غالبًا ما يتم تعيينها على ١ لجميع المشاهدات)، واختيار التوزيع يحدد قيم $\emptyset$ and $V(m_u)$.

عندما تكون معلمة المقياس مطلوبة، يتم تقديرها عادةً على أنها إما انحراف النموذج مقسومًا على درجات الحرية، أو إحصاء بيرسون كاي تربيع مقسومًا على درجات الحرية، وغالبًا ما لا يحدث الاختيار فرقًا كبيرًا، ويتم الحصول على إحصائيات الانحراف وPearson chi-squared كمجموع المربعات الخاصة بالبواقي المقابلة (غير المقاسة unscaled)، ولكن طبقا للتطبيق العملي يتم التقدير ببيرسون كاي تربيع ويتم إعطاء معلمة مقياس بيرسون من خلال

$$\hat{\emptyset}_P = \frac{\sum r_P\,(X, \hat{m}, w)^2}{N - P} \qquad (7)$$

حيث N هي العدد الإجمالي للمشاهدات، p هي عدد المعلمات، و r_p تدل على بواقي بيرسون، ويتم حساب درجات الحرية باستخدام عدد المعلمات في المتنبئ الخطي، ولا يتم حساب معلمة المقياس نفسها كمعامل، وعند تقدير Scaled Parameter، تم استخدام بواقي بيرسون الموزونة غير المقاسة the unscaled weighted Pearson residuals، والمعروفة باسم

$$r_P(X, \hat{m}, w) = \frac{X - \hat{m}}{\sqrt{\frac{V(\hat{m})}{w}}} \qquad (8)$$

ويمكن اعتبار معلمة المقياس على أنها متوسط القيم التربيعية للبواقي مضروبة في عامل تصحيح التحيز N/ (N - p)، أو متوسط قيم البواقي المعدلة للانحياز التربيعي، حيث يتم تعديل كل بواقي من خلال عامل $\frac{1}{2}\left(N/(N-p)\right)$، والتمثيل الأخير مفيد لأنه يمكن استخدامه عند تقدير معلمات المقياس غير الثابت.

٨-١- ٥ مفهوم البواقي المعدلة للتحيز

يعد مفهوم البواقي المعدلة للتحيز Bias adjusted residuals مفيدًا عند البوتستراب، وتُستخدم بواقي بيرسون بشكل أكثر شيوعًا عند البوتستراب، وبالنسبة (Chase, T. R., 2015)، لنموذج ماك يمكن أيضًا إنشاء نموذج Mack كنموذج للمطالبات السنوية C_{ij} أو المطالبات التراكمية D_{ij} أو معدل التطور f_{ij}، واستخدام معدل التطور f_{ij} كمتغير الاستجابة response variable، من خلال المعادلة الآتية:

$$E\left[f_{ij} = \lambda_j \ and \ Var\left[f_{ij}\right] = \frac{\sigma_j^2}{D_{i,j-1}} \ for \ j \geq 2$$

وفي(1993) Mack ، تم استخدام تصحيح متحيز Bias correction من خلال المعادلة الآتية:

$$\widehat{\emptyset}_j = \frac{n_j}{n_j - 1} \times \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} D_{i,j-1}\left(f_{ij} - \hat{\lambda}_j\right)^2 = \frac{1}{n_j - 1} \sum_{i=1}^{n_j} D_{i,j-1}\left(f_{ij} - \hat{\lambda}_j\right)^2$$

n_j هو عدد البواقي في فترة التطور j، ولتمكين المقارنة مع النتائج التي تم الحصول عليها باستخدام نموذج Mack، تم تصحيح التحيز المستخدم في نموذج (England, P. D., & Verrall, R. J., 2006) .

8-2التطبيق العملي لتقدير مخصصات الخسارة باستخدام أسلوب Bootstrap Mack

يدور الافتراض الرئيسي في كثير من الدراسات على أن طريقة التسلسل السلمي لتقدير مخصص الخسارة هي نقطة البداية لتقدير عدم التأكد في المخصص، ومن أجل تقدير الخطأ المحتمل الذي يعتمد عليه أفضل تقدير يجب تقدير خطأ التنبؤ لمخصص الخسارة لمعرفة الفرق المتوقع بين المخصص الفعلي والمقدر وقياس عدم التأكد للتدفقات النقدية المستقبلية، ويتم ذلك من خلال تطبيق نموذج ماك الذى يعتمد في تطبيقه على طريقة التسلسل السلمي واستخدام أسلوب البوتستراب Bootstrap للحصول على توزيع تنبؤي كامل، والتي تتمثل في المرحلتين الآتيتين، المرحلة الأولى والمتمثلة في تطبيق طريقة التسلسل السلمي التقليدية ، ومن ثم حساب البواقيResidual للتنبؤ بمدفوعات المطالبات السنوية المستقبلية future incremental claims payments، وفي المرحلة الثانية سوف يتم محاكاه خطأ العملية Process Error مع قيمة البوتستراب كمتوسط واستخدام توزيع العملية المفترض، و تشكل مجموعة المخصصات التي تم الحصول عليها بهذه الطريقة التوزيع التنبؤي، والذي يمكن من خلاله اشتقاق إحصائيات موجزة مثل المتوسط و خطأ التنبؤ وتقديرات التغير للمخصصات المتوقعة ومن خلال هذا الجزء يتم تطبيق أفضل تقدير عشوائي لنموذج Mack .

٨-٢-١ تطبيق طريقة التسلسل السلمي على بيانات مثلث الخسارة وفقًا لسنة الحادث وسنة التطور

تم تطبيق طريقة التسلسل السلمي لمخصص الخسارة للحصول على أفضل تقدير لمخصص الخسارة بطريقة التسلسل السلمي، والذي يمثل التقدير بنقطة واحدة أو برقم واحد.

أ. المطالبات المبلغة السنوية Incremental وفقًا لسنة الحادث i وفترة التطور j

تم استخدام مثلث بيانات الخسارة (المطالبة) السنوية المبلغة الفعلية Incurred Claims Actual، من خلال الجدول الآتي:

جدول (١) : المطالبات المبلغة السنوية الفعلية Actual Incremental Incurred Claims

سنة الحادث	سنة التطور Development year									
	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
٢٠١٢	2,080,206	4,658,877	5,630,694	6,887,086	2,374,631	1,777,254	3,290,499	1,349,632	2,356,820	836,536
٢٠١٣	1,503,633	6,234,814	4,435,147	6,522,278	3,764,440	819,621	3,117,519	1,306,888	2,791,721	
٢٠١٤	1,844,186	7,339,923	4,475,852	7,565,060	1,648,619	1,836,213	1,028,652	2,283,174		
٢٠١٥	2,836,871	3,827,337	4,706,047	4,823,763	2,549,212	2,987,397	4,559,478			
٢٠١٦	2,351,353	5,906,927	5,185,401	3,915,117	3,925,735	2,217,760				
٢٠١٧	2,772,979	4,412,209	6,136,333	6,257,367	1,901,135					
٢٠١٨	2,315,324	5,134,798	7,544,850	3,823,151						
٢٠١٩	1,788,922	4,962,511	6,374,341							
٢٠٢٠	2,026,836	5,486,909								
٢٠٢١	2,191,120									

المصدر: من إعداد الباحثة بناء على قيم مثلث الخسارة السنوية لإحدى شركات التأمين المصرية للفترة من٢٠١٢ حتى ٢٠٢١ باستخدام برنامج الإكسيل.

ب. تطور المطالبات المبلغة التراكمية وفقًا لسنة الحادث i وفترة التطور j

تم تكوين جدول تطور المطالبات المبلغة التراكمية من خلال تجميع قيم المطالبات المبلغة السنوية من الجدول السابق.

جدول (٢) : تطور المطالبات المبلغة التراكمية Cumulative incurred claims

سنه الحادث	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2012	2,080,206	6,739,083	12,369,777	19,256,863	21,631,494	23,408,748	26,699,247	28,048,879	30,405,699	31,242,235
2013	1,503,633	7,738,447	12,173,594	18,695,872	22,460,312	23,279,933	26,397,452	27,704,340	30,496,061	
2014	1,844,186	9,184,109	13,659,961	21,225,021	22,873,640	24,709,853	25,738,505	28,021,679		
2015	2,836,871	6,664,208	11,370,255	16,194,018	18,743,230	21,730,627	26,290,105			
2016	2,351,353	8,258,280	13,443,681	17,358,798	21,284,533	23,502,293				
2017	2,772,979	7,185,188	13,321,521	19,578,888	21,480,023					
2018	2,315,324	7,450,122	14,994,972	18,818,123						
2019	1,788,922	6,751,433	13,125,774							
2020	2,026,836	7,513,745								
2021	2,191,120									

المصدر: من إعداد الباحثة

ت. حساب معدلات التطور (Development Factors (DF

والتي تعرف أيضًا بـ Age To Age Factors حيث يتم حسابها عن طريقة قسمة المطالبات التراكمية في كل سنة تطور على المطالبات التراكمية في السنة السابقة لها مباشرة بطريقة التسلسل السلمي.

جدول (٣) : حساب معدلات تطور الخسائر للمطالبات النهائية المتوقعة

سنه التطور	(2/1)	(3/2)	(4/3)	(5/4)	(6/5)	(7/6)	(8/7)	(9/8)	(10/9)
معدلات التطور	3.4571	1.7418	1.4357	1.1439	1.0901	1.1288	1.0627	1.0923	1.0275
معدلات التطور التراكمية	14.5147	4.1984	2.4104	1.6789	1.4676	1.3464	1.1927	1.1224	1.0275

ث. حساب المطالبات التراكمية المقدرة Fitted Cumulative، حيث تم الحصول على القيم المقدرة التراكمية المتوقعة للجزء السفلي من المثلث، من خلال الجدول الآتي :

جدول (٤) : المطالبات التراكمية المستقبلية المقدرة Fitted Cumulative

سنة الحادث	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2012										31242235
2013									30496061	31335083
2014								28021679	30609346	31451485
2015							26290105	27937403	30517287	31356894
2016						23502293	26529669	28191978	30795371	31642628
2017					21480023	23415003	26431135	28087270	30680994	31525104
2018				18818123	21526460	23465623	26488276	28147991	30747322	31593257
2019			13125774	18844631	21556783	23498678	26525588	28187641	30790634	31637760
2020		7513745	13087726	18790005	21494296	23430561	26448697	28105933	30701380	31546051
2021	2191120	7575028	13194470	18943258	21669605	23621663	26664415	28335167	30951783	31803343

المصدر: من إعداد الباحثة

وتم حساب المطالبات السنوية المستقبلية المقدرة عن طريق طرح كل مطالبة من المثلث السفلي من المطالبة السابقة لها من جدول المطالبات التراكمية، من خلال الجدول الآتي:

جدول (٥) : المطالبات السنوية المستقبلية المقدرة

المطالبات السنوية المقدرة Fitted Incremental										سنة الحادث
10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	Year
										2012
839022										2013
842139	2587667									2014
839606	2579884	1647298								2015
847257	2603393	1662309	3027376							2016
844110	2593724	1656135	3016132	1934980						2017
845935	2599331	1659715	3022652	1939163	2708337					2018
847127	2602993	1662053	3026910	1941895	2712152	5718857				2019
844671	2595447	1657235	3018136	1936266	2704290	5702280	5573981			2020
851560	2616616	1670752	3042752	1952058	2726347	5748788	5619443	5383908		2021

المصدر: من إعداد الباحثة

ج. حساب إجمالي مخصص المطالبات والذي يمثل أفضل تقدير بالتطبيق على طريقة التسلسل السلمي من خلال طرح المطالبات المبلغة من المطالبات النهائية المتوقعة من خلال الجدول الآتي:

جدول (٦) : إجمالي مخصص المطالبات الغير مبلغة

سنة الحادث	المطالبات النهائية	إجمالي مخصص المطالبات
2012	31242235	0
2013	31335083	839,022
2014	31451485	3,429,806
2015	31356894	5,066,789
2016	31642628	8,140,335
2017	31525104	10,045,081
2018	31593257	12,775,134
2019	31637760	18,511,986
2020	31546051	24,032,306
2021	31803343	29,612,223
إجمالي المطالبات		112,452,681

المصدر: من إعداد الباحثة

٨-٢-٢ تقدير الخطأ المعياري في تقديرات مخصصات الخسارة الناتجة عن تطبيق طريقة التسلسل السلمي باستخدام أسلوب Bootstrap Mack

اعتمد الباحث في تطبيق الجداول على برنامج الإكسيل تيسيرًا للعمليات الحسابية ، وبإدخال البيانات الواردة في جدول (١) في البرنامج الإحصائي (Excel) ، تم التوصل إلى النتائج الآتية لأسلوب البوتستراب ومقارنه نتائجه بنتائج مخصص الخسارة المقدرة بطريقة التسلسل السلمي من خلال الخطوات الآتية:

أ. تم استخدام بواقي بيرسون غير المقاسة Un scaled Pearson Residuals لحساب معلمة المقياس the Scale Parameter من خلال المعادلة رقم (٨)، من خلال الجدول الآتي:

جدول (٧) : بواقي بيرسون غير المقاسة Un scaled Pearson Residuals

9	8	7	6	5	4	3	2	1
0	-44.0622175	-62.56899439	56.87433112	-36.84631005	-90.43440732	425.8131744	243.2176297	-313.73575
	44.33535601	-67.56455195	24.61915179	-253.979212	248.3185527	349.1714248	-469.308847	2071.52818
		132.1500199	-433.3766238	-46.90044723	-305.2102966	436.549346	-771.2408849	2068.09054
			377.6191009	300.0349463	54.30694623	-38.61826369	-92.08366346	-1866.2201
				65.11090786	342.6052388	-529.7198577	-327.4165309	84.3236754
					-207.1713297	124.1754439	300.7207948	-1442.0939
						-699.864553	739.3565063	-364.28139
							525.6685968	423.821366
								355.891128

المصدر: من إعداد الباحثة

ب. ماك سيجما **Mack Sigma:** تم حساب Contribution to Pearson Chi squared لنموذج ماك بوتستراب لاشتقاق معلمات التباين التربيعي سيجما (أو ألفا) من البيانات والتي تتناسب مع خطأ التنبؤ لكل سنة حادث من خلال الجدول الآتي

جدول (٨) : Contribution to Pearson Chi squared

8	7	6	5	4	3	2	1
1941.479	3914.879	3234.69	1357.65056	8178.382	181316.86	59154.81541	98430.121
1965.624	4564.969	606.1026	64505.4402	61662.104	121920.68	220250.7938	4291229
	17463.63	187815.3	2199.65195	93153.325	190575.33	594812.5026	4276998.5
		142596.2	90020.969	2949.2444	1491.3703	8479.401077	3482777.4
			4239.43032	117378.35	280603.13	107201.5847	7110.4822
				42919.96	15419.541	90432.99642	2079634.8
					489810.39	546648.0434	132700.93
						276327.4737	179624.55
							126658.5

3907.1	12971.7	111417.4	40580.8	65248.3	213522.9	271901.1	1834395.5	Mack's alpha(k) squared
							1	Bias correction?

المصدر: من إعداد الباحثة

ت. ولحساب Scaled Pearson Residuals (including bias adjustment) تم التعديل من Unscaled ل Scaled بحيث يتضمن تعديل Bias correction، من أجل تصحيح التحيز في البواقي، وبالتالي تم استخدام البواقي لحساب Scaled Pearson Residuals (including bias adjustment) من خلال الجدول الآتي:

جدول (٩) : بواقي بيرسون المقاسة (تشمل تعديل التحيز)Scaled Pearson Residuals (including bias adjustment)

9	8	7	6	5	4	3	2	1
0	-0.99690535	-0.672830584	0.19674745	-0.204497868	-0.387828579	0.99533729	0.498638208	-0.2456936
	1.003085099	-0.726549906	0.08516593	-1.409590465	1.064915825	0.816187381	-0.962164308	1.62226058
		1.421064474	-1.499195573	-0.26029856	-1.308896461	1.020433066	-1.581177208	1.61956848
			1.306311539	1.665200849	0.232895713	-0.0902701	-0.188787437	-1.4614792
				0.361367035	1.469264929	-1.238218917	-0.671260519	0.06603578
					-0.888455676	0.290259807	0.616529642	-1.1293363
						-1.635931741	1.515808717	-0.285277
							1.077711543	0.3319041
								0.27870639

المصدر: من إعداد الباحثة

ث. إعادة أخذ عينات البواقي Resampled Residuals أهم خطوة في البوتستراب هي إعادة أخذ عينات البواقي Resampling the residual، حيث تم أخذ ١٠٠٠ عينه عشوائية مع الاستبدال وتم تكوين عينات الجدول بناءً على العينات العشوائية التي تم تكرارها، من خلال الجدول الآتي:

يوضح جدول (١٠) : إعادة أخذ عينات البواقي المقدرة Resampled Residuals

1	2	3	4	5	6	7	8	9
-1.00104509	-0.227668221	-1.168217	-0.4267094	-1.34777725	0.239825609	-1.00104509	-1.67481253	0.95645651
-0.42670936	0.956456506	0.027155	-1.6748125	0.956456506	-0.710141303	0.95645651	0.57764886	
1.43038414	-1.538076358	1.4303841	-0.2991793	0.027154994	0.964204314	0.15786667		
1.38218369	-0.92733646	1.4769279	0.57764886	1.026035041	-1.001045092			
-0.28457435	-0.426709364	1.4303841	1.5806877	1.267430755				
0.96420431	0.322486251	-1.2771	0.32248625					
-1.00104509	1.476927933	-0.710141						
-0.28457435	-0.243378652							
-0.29917934								

المصدر: من إعداد الباحثة

ج. حساب معدلات تطور إعادة أخذ العينات المقدرة لتقدير مخصص المطالبات المقدرة بأسلوب بوتستراب ماك، ويعرف Development Factors (DF) بمعدلات التطور، بينما Cumulative Development Factors (CUM. DF.) بمعدلات التطور التراكمية، وتم حساب معدلات تطور إعادة أخذ العينات المقدرة من خلال الجدول الآتي:

جدول : (١١) معدلات تطور إعادة أخذ العينات المقدرة

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2.51710738	1.696107251	1.2822121	1.11908332	1.031706672	1.14535756	1.04059352	1.0725784	1.03835462
2.98583755	1.921122845	1.4392931	1.04498038	1.13073811	1.079683785	1.0838608	1.09920507	
4.88373099	1.477192205	1.6145308	1.12733381	1.091226553	1.193557584	1.06620251		
4.56860521	1.554524647	1.6380902	1.18058837	1.137824729	1.057132589			
3.20579617	1.664410839	1.6159636	1.24083222	1.145424462				
4.2413766	1.804571136	1.2740116	1.16253839					
2.5661148	2.023989881	1.3509556						
3.16898021	1.692996302							
3.17252652								

Resampled Development Factors									
معدلات التطور	3.536٥	1.724٩	1.456٤	1.143٦	1.1064	1.1211	1.0634	1.0858	1.0383
معدلات التطور التراكمية	15.1099	4.2726	2.477041641	1.7008321	1.48730223	1.344232429	1.198983551	1.12745527	1.03835462

المصدر: من إعداد الباحثة

ح. وتم التنبؤ بالمطالبات التراكمية الفعلية (متضمنة خطأ العملية process error) وذلك من خلال الجدول الآتي:

جدول (١٢) : التنبؤ بالمطالبات التراكمية الفعلية (متضمنة خطأ العملية) Forecast Cumulative Observed (including process error)

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
31242235									
31870289	30496061								
32380196	30640261	28021679							
31018351	29724259	27779221	26290105						
30698761	29633689	27178608	25689469	23502293					
32511785	31489011	28568956	26059987	24018634	21480023				
37432363	35845078	32946090	31456130	23301115	20832565	18818123			
34775250	33361634	30354052	27744069	22613475	20906349	20227581	13125774		
29967415	28538540	27102276	25379641	22117090	20326796	16839851	12082817	7513745	
17252582	16833257	15308582	14102338	13540720	11842861	10581770	8073073	5079002	2191120

المصدر: من إعداد الباحثة

خ. التنبؤ بالمطالبات السنوية الفعلية (متضمنة خطأ العملية process error) وذلك من خلال الجدول الآتي:

جدول (١٣) : التنبؤ بالمطالبات السنوية (متضمنة خطأ العملية process error)

Reserve	9	8	7	6	5	4	3	2	1
1374228	1374228								
4358517	1739936	2618582							
4728246	1294092	1945038	1489116						
7196468	1065073	2455080	1489139	2187176					
11031762	1022774	2920055	2508969	2041353	2538611				
18614240	1587284	2898988	1489960	8155015	2468550	2014442			
21649476	1413616	3007583	2609982	5130594	1707126	678768	7101807		
22453670	1428875	1436265	1722635	3262551	1790294	3486945	4757034	4569072	
15061462	419325	1524674	1206244	561618	1697859	1261092	2508697	2994070	2887882
106468069									

المصدر: من إعداد الباحثة

ويتضح من نتائج الجدول السابق أن إجمالي مخصص الخسارة المقدر باستخدام أسلوب البوتستراب بلغ ١٠٦ مليون جنيه.

٨-٢-٣ نتائج حساب نموذج Bootstrap Mack

تأتي عملية إعادة أخذ العينات Resampled Residuals بخطوة استبدال $\{r_{i,j}\}$ bootstrapping for residuals لعدد من المرات N مرة ، حيث لدينا ١٠٠٠ مثلث من بواقي البوتستراب bootstrapped residuals ، وبعد إعادة أخذ العينات مع الاستبدال من الخطوة السابقة ١٠٠٠ مرة من البواقي ، تم إنشاء ١٠٠٠ من المثلثات السنوية ، بعد ذلك يتم إجراء حسابات التسلسل السلمى على كل مثلث تراكمي تم تشغيله والذي ينتج ١٠٠٠ مخصص ، وتسمى هذه الخطوات the bootstrap loop (Wolny-Dominiak, 2016)، وبعد إجراء the bootstrap loop، ومحاكاه ١٠٠٠ عينة عشوائية، تم حساب متوسط مخصص الخسارة المقدر باستخدام أسلوب البوتستراب والانحراف المعياري (الخطأ المعياري) من خلال الجدول الآتي:

يوضح جدول (١٤) نتائج حساب نموذج Bootstrap Mack

106468069	15061462	22453670	21649476	18614240	11031762	7196468	4728246	4358517	1374228	Reserve
112640021	29502534	24047380	18668200	12842274	9966190	8187544	5139690	3434841	851368	Mean
16844214	11056019	5687067	4358936	3208712	2766298	2360070	1001451	655643	484384	SD
15.0%	37.5%	23.6%	23.3%	25.0%	27.8%	28.8%	19.5%	19.1%	56.9%	SD%
Total	10	9	8	7	6	5	4	3	2	Year

المصدر: من إعداد الباحثة

٩- ملخص نتائج الدراسة الحالية

تم مقارنة نتائج خطأ التنبؤ لنموذج ماك الخالي من التوزيع Mack model والذي تم تقديره من خلال تطبيق معادلة رقم (٥)، مع نتائج أسلوب Bootstrap و نتائج مخصص الخسارة المقدر بطريقة التسلسل السلمي لمعرفة نسبة خطأ التنبؤ أو الانحراف عن مخصص الخسارة الفعلي من خلال الجدول الآتي:

يوضح جدول (١٥) نسبة انحراف المخصص عن المتوقع لنموذج ماك الخالي من التوزيع وأسلوب بوتستراب ماك

سنة الحادث	Actual Reserve	Bootstrap Mean	Prediction Error	Prediction Error %	Mack Pred. Error	Mack Pred. Error %
2012	0	0	0	-	0	0
2013	839,022	851,368	484,384	57%	75,535	80%
2014	3,429,806	3,434,841	655,643	19%	121,699	26%
2015	5,066,789	5,139,690	1,001,451	19%	133,549	19%
2016	8,140,335	8,187,544	2,360,070	29%	261,406	27%
2017	10,045,081	9,966,190	2,766,298	28%	411,010	29%
2018	12,775,134	12,842,274	3,208,712	25%	558,317	26%
2019	18,511,986	18,668,200	4,358,936	23%	875,328	22%
2020	24,032,306	24,047,380	5,687,067	24%	971,258	23%
2021	29,612,223	29,502,534	11,056,019	37%	1,363,155	29%
الإجمالي	112,452,681	112,640,021	16,844,214	15%	2,447,095	13%

المصدر: من إعداد الباحثة

يتضح من نتائج الجدول السَّابق أن متوسط مخصص الخسارة المقدرة والمتوقعة باستخدام أسلوب البوتستراب بلغ ١١٢,٦٤٠,٠٢١، بينما بلغت قيمة مخصص الخسارة الفعلي المقدر بطريقة التسلسل السلمي ١١٢,٤٥٢,٦٨١، ويتضح من ذلك أن القيمة لم تختلف كثيرًا وهذا يعني أن أسلوب البوتستراب قادر على إنتاج نتائج مماثلة لطريقة التسلسل السلمي (CL)، وهذا يدل على مدى جودة النموذج والطريقة المستخدمة في تقدير مخصصات الخسارة، ويتضح أن خطأ التنبؤ في نموذج ماك الخالي من التوزيع أقل من خطأ تنبؤ البوتستراب وذلك لعدم وجود تعديل لعدد المعلمات التي تستخدم في تقدير نموذج Fitting Model ماك.

فمعرفة الخطأ المعياري مهم للغاية لاتخاذه كمقياس لعدم التأكد الوارد في بيانات سنوات الحادث وهو مطلب من متطلبات الملاءة المالية ٢ حيث إن التقدير العشوائي لمخصص الخسارة يعطى أفضل تقدير للخبير الإكتواري، وتقدير للخسائر المحتملة التي قد تحدث في المستقبل ، وتجدر الإشارة إلى أن خطأ تنبؤ البوتستراب هو تقدير للجذر التربيعي لتباين التقدير ولا يمكن مقارنته بأي تقدير تحليلي آخر للتباين مثل نموذج "Mack" الخالي من التوزيع لأنه لا يحتوي على تعديل لدرجة

الحرية، ولتمكين المقارنة، من الضروري إجراء التعديل المطلوب مع درجات الحرية، و تباين العملية الذي يمكن اشتقاقه من معلمة المقياس مضروبة في تقدير المخصص الفعلي الذي تم الحصول عليه من CL، ومن أجل الحصول على خطأ تنبؤ المخصص، من الضروري الحصول أوَّلاً على متغير المعلمة وتغير البيانات، والانحراف المعياري للبوتستراب هو الانحراف المعياري ١٠٠٠سيناريو من تقديرات مخصص الخسارة، و للحصول على متغير المعلمة، تم ضبط الانحراف المعياري للبوتستراب بضربه في درجات الحرية، ومن ثم يمكن حساب تغير البيانات من خلال الجذر التربيعي لمضاعفة تقدير المخصص الفعلي ومعلمة المقياس، وهذا الذى تم تطبيقه في أسلوب ماك .

١٠- النتائج

١. تطبيق النماذج العشوائية لتقدير مخصص الخسارة يعطي نتائج مرضية حيث إنه يأخذ في اعتباره تفاصيل مهمه يمكن أن تساعد في تحسين إدارة الأخطار بالنسبة لشركات التأمين المصرية، على خلاف الطرق التقليدية التي لم تأخذ في اعتبارها بعض العوامل الرئيسية التي يجب تضمينها في تقدير تلك المخصصات، وبالتالي هذا يجعل النماذج العشوائية مكملاً للطرق التقليدية الإكتوارية.

٢. بلغ مخصص الخسارة بطريقة التسلسل السُّلمي بمبلغ 112,452,681 ، وبلغت نسبة خطأ التنبؤ لمخصص الخسارة بالنسبة لنموذج ماك الخالي من التوزيع ١٣٪ من قيمة مخصص الخسارة المتوقعة وبعد تطبيق أسلوب البوتستراب لنموذج ماك وإدخال ١٠٠٠ عينة، بلغ متوسط البوتستراب من المخصصات المتوقعة 112,640,021، حيث لم تختلف القيمة كثيرًا وهذا يدل على مدى جودة النموذج والطريقة المستخدمة في تقدير مخصصات الخسارة.

٣. يعتبر أسلوب Bootstrap قادر على إنتاج مطالبات مماثلة لتلك الخاصة بطريقة التسلسل السلمي، حيث بلغت نسبة خطأ التنبؤ للبوتستراب ١٥٪ من مخصص الخسارة، وهذا يعني أن مخصص المطالبات الحقيقي سوف يكون في حدود ١٥٪ بالزيادة أو النقصان عن قيمة المخصص المقدر وهو 112,452,681.

٤. يعتبر أسلوب Bootstrap أسلوبًا مفيدًا للحصول على التوزيعات التنبؤية، حيث يجب أن تكون التوزيعات التنبؤية مطلوبة لجميع طرق المخصص العشوائية فهي طريقة أكثر كفاءة وذلك لاستخدامها عندما لا يكون متاح أي معلومات حول توزيع المطالبات.

١١-التوصيات

١. توصي الباحثة بأهمية تطبيق أسلوب البوتستراب بالنسبة لشركات التأمين المصرية لتقدير مخصص الخسارة.

٢. توصى الباحثة باستخدام طرق المحاكاة لتحديد مقاييس عدم التأكد المختلفة في مخصص المطالبات في شركات التأمين، بسبب الصعوبات في النهج التحليلي، حتى يسهل تطبيقه في الواقع العملي

قائمة المراجع

أوَّلًا المراجع العربية

١- الديب، علي السيد عبده (٢٠٠١). تطوير طريقة التسلسل السلمي لتقدير مخصصات الخسارة في سوق التأمين المصري. مجلة الدراسات المالية والتجارية، كلية التجارة بني سويف، جامعة القاهرة، العدد الثاني.
٢- المعداوي، جيهان مسعد، محمد مسعد (٢٠٢٠). نموذج مقترح لتقدير مخصص التعويضات تحت التسوية، المجلة العلمية للدراسات والبحوث المالية والتجارية، كلية تجارة، جامعة دمياط، المجلد الأول، العدد ٢، الجزء الثاني.
٣- سليم ، أحمد فؤاد ، وآخرون (٢٠٠٤) . الطرق الإكتوارية لحساب المخصصات الفنية لفروع تأمينات الممتلكات والمسئوليات . الإدارة العامة للحسابات الفنية ، تأمينات الحياة ، الهيئة العامة للرقابة المالية .
٤- عبد القوي، رغدة أحمد (٢٠١٩). تطبيق نموذج Munich Chain- Ladder ودراسة أثره على دقة تقدير التعويضات النهائية في تأمينات الممتلكات والمسئوليات. رسالة ماجستير، كلية تجارة، جامعة القاهرة.
٥- عبد الرحيم، عفاف عنتر زهري (٢٠٢١). استخدام النماذج الكمية في تقدير مخصصات المطالبات وهامش الخطر وفقا لمتطلبات الملاءة المالية ٢. رسالة دكتوراه، كلية التجارة، جامعة القاهرة.

ثانيا المراجع الأجنبية

6- Chase, T. R. (2015). Analysis of bootstrap techniques for loss reserving, Doctoral dissertation, North Dakota State University.
7- England, P., & Verrall, R. (1999). Analytic and bootstrap estimates of prediction errors in claims reserving. Insurance: mathematics and economics.
8- England, P. D., & Verrall, R. J. (2006). Predictive distributions of outstanding liabilities in general insurance. Annals of Actuarial Science.
9- Joseph Lo, A. (2011). Extending the Mack bootstrap: Hypothesis testing and resampling techniques. The Actuarial Profession.
10- Kaas, R., Goovaerts, M., Dhaene, J., & Denuit, M. (2008). IBNR techniques. *Modern Actuarial Risk Theory: Using R*.
11- Mack, T. (1993). Distribution-free calculation of the standard error of chain ladder reserve Estimates, ASTIN Bulletin, The Journal of the IAA, 23.
12- Ogutu, J. A. (2011). Claims reserving using over dispersed Poisson model, Doctoral dissertation.
13- Osman, A. (2019). Estimating Ultimate Claims Using Predictive Modeling Methods applied to Motor Insurance, Actuary ASA,MSc, Faculty of Commerce ,Cairo University.
14- ST7 – P C – 13 Combined Materials Pack. (2013). Act Ed Study Materials: Examinations Subject ST7. The Actuarial Education Company
15- Wolny-Dominiak, A. (2016). The hierarchical generalized linear model and the bootstrap estimator of the error of prediction of loss reserves in a non-life insurance company.

Estimate Loss Reserve using the Bootstrap Mack

Abstract

This research aims to estimate the loss reserve using one of the stochastic models, which depends in its application on the use of the Bootstrap method through the application of the Bootstrap Mack model. The proposed model resulted in an estimate of the parameters of the model in order to reach the best estimate of the loss reserve and to obtain measures of variation to keep up with the modern control policies applied at the level of the European Union. The study concluded that the expected value of the loss reserve in the engineering insurance branch reached 112 million pounds, with a standard error rate of 15%. and prediction error in estimation.

Keywords: Loss Reserve; Stochastic Models; Bootstrap.