



التنبؤ باستخدام نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية

الكسرية ARFIMA (p, d, q)

(دراسة تطبيقية)

بحث مُستل من رسالة ماجستير في الإحصاء

إعداد

د. أمال السيد عبد الغني مبارك
أستاذ الإحصاء المساعد
كلية التجارة، جامعة دمياط
Prof_amaal2010@yahoo.com

أ. سارة سعد حسن البرعي
باحث ماجستير بقسم الإحصاء
كلية التجارة، جامعة دمياط
sara.elboraey22@gmail.com

المجلة العلمية للدراسات والبحوث المالية والتجارية

كلية التجارة – جامعة دمياط

المجلد الرابع - العدد الأول – الجزء الرابع - يناير ٢٠٢٣

التوثيق المقترح وفقاً لنظام APA:

البرعي، سارة سعد حسن؛ مبارك، أمال السيد عبد الغني (٢٠٢٣). التنبؤ باستخدام نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية الكسرية ARFIMA (p, d, q): دراسة تطبيقية. المجلة العلمية للدراسات والبحوث المالية والتجارية، كلية التجارة، جامعة دمياط، ٤(١)، ٥٤٩-٥٧٣.

رابط المجلة: <https://cfdj.journals.ekb.eg/>

التنبؤ باستخدام نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية

الكسرية ARFIMA (p, d, q) : دراسة تطبيقية

أ. سارة سعد حسن البرعي؛ د. أمال السيد عبد الغني مبارك

المستخلص:

تم في هذا البحث دراسة وعرض خطوات تحليل السلاسل الزمنية باستخدام نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية الكسرية "نموذج السلاسل الزمنية ذات الذاكرة الطويلة" ARFIMA (p, d, q). حيث يتضمن البحث عرضاً للطرق البيانية والحسابية المستخدمة في الكشف عن السلاسل الزمنية ذات الذاكرة الطويلة، ومراحل التعرف على نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية الكسرية وطرق التقدير المختلفة والاختبارات التشخيصية للتأكد من ملائمة النموذج. ويهدف البحث الى إيجاد نموذج يمكن الاعتماد عليه في التنبؤ بأسعار مؤشر EGX30 بالبورصة المصرية وتوضيح خطوات بناء نموذج ARFIMA المناسب بداية من اختبار نوع السلسلة من حيث كونها قصيرة الذاكرة أو طويلة الذاكرة، وذلك من خلال دراسة سلسلة زمنية تشمل الفترة من ١ يناير ٢٠١٥ إلى ٣١ ديسمبر ٢٠١٧. وقد تطرقت الدراسة لطرق تقدير معلمة التكامل الكسري d والتي تم تقسيمها الى مجموعتين من الطرق؛ الأولى طرق التقدير بمرحلة واحدة، والثانية طرق التقدير بمرحلتين وهي التي تم استخدامها في الدراسة التطبيقية. وقد أظهرت نتائج الدراسة أن النموذج ARFIMA (1,0.27,0) يعد الأفضل مقارنة بنماذج ARFIMA بمعالم مختلفة وكذلك نماذج ARIMA التقليدية التي تم تقديرها واختبارها في هذه الدراسة.

الكلمات المفتاحية: تحليل السلاسل الزمنية، نموذج ARFIMA، التنبؤ، الذاكرة الطويلة، مؤشر hurst ، AIC، RMSE ، EGX30

١- المقدمة

اكتشف Hurst عام 1951 وجود اعتماد بعيد المدى في تسلسل البيانات الهيدرولوجية والجيوفيزيائية خاصة في السلسلة المعروفة بالحد الأدنى السنوي لنهر النيل، وقد أثار اكتشاف Hurst اهتماماً كبيراً في المجتمع العلمي في السنوات التالية حيث أجريت بحوث واسعة النطاق لتطوير أساليب مناسبة لتقدير شدة الاعتماد على الذاكرة الطويلة في السلسلة الزمنية. يطلق على النماذج التي توصف الذاكرة الطويلة نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية الكسرية Fractional Autoregressive Integrated Moving Averages (ARFIMA)

وقد تم تطوير نماذج ARFIMA من قبل كلا من Hosking , Joyeux and Granger (1980) (1981) وتعتبر امتداداً لنماذج ARIMA التي قدمها (Box and Jenkins 1976) حيث يأخذ معامل التكامل d قيمة حقيقية تنحصر بين (0.5, -0.5) ، وتتمثل أهميتها في أنها تسمح بتفسير كلاً من التصرفات قصيرة الأجل للسلسلة الزمنية من خلال معاملات الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة، والتصرفات طويلة الأجل من خلال معلمة التكامل الكسري.

- كما توالى الدراسات التي تناولت دراسة هذا النوع من النماذج وأوضحت آلية التطبيق في العديد من المجالات المختلفة. (Karemera and Kim (2006) وكذلك Erfani and Samimi (2009) دراستان قدمتا استعراضاً لنماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة الكسرية وذلك بالتطبيق على أسعار الصرف لبعض العملات النقدية في الدراسة الأولى ومقارنة قدرتها على التنبؤ مع النماذج الهيكلية النقدية ونموذج السير العشوائي،

أ. سارة سعد البرعي؛ د. أمال السيد مبارك

والنتنبؤ بمؤشر أسعار الأسهم في بورصة طهران في الدراسة الثانية. وقد أوضحت النتائج قوة نماذج الذاكرة طويلة المدى ومن ثم نماذج ARFIMA في دراسة أسعار صرف العملات المختلفة ومؤشر أسعار الأسهم حيث قدمت تنبؤات أكثر دقة مقارنة ببعض النماذج الأخرى التقليدية مثل النماذج الهيكلية النقدية، ونموذج السير العشوائي، وكذلك نماذج ARIMA القياسية. (Kurita (2010 استخدم نماذج ARFIMA للتنبؤ بمعدل البطالة في اليابان، كما استخدم (Mostafaei and Sakhabakhsh (2011 هذه النماذج للتنبؤ بأسعار نفط أوبك. وقد أوضحت الدراسات أن نماذج ARFIMA قد مثلت البيانات تمثيلاً مُرضياً وأنها مفيدة في التنبؤ في هذه المجالات حيث وصفت الذاكرة طويلة المدى التي تنسم بها السلاسل الزمنية بشكل جيد. (Karai et al.(2012 استخدم نموذج ARFIMA للتنبؤ بأسعار بعض السلع كزيت النخيل الخام، كما تناول ساهد ومكيديش (2014 استخدام نموذج ARFIMA في التنبؤ بأسعار البترول في الجزائر، كذلك محمد الصوص (٢٠١٤) تناول تحليل بيانات السلسلة الزمنية لمؤشر منظمة الأغذية والزراعة (الفاو) ذات الذاكرة الطويلة باستخدام نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية الكسرية ARFIMA(p,d,q). وفي السنوات الأخيرة زاد الاهتمام باستخدام نماذج ARFIMA ووضعها في مقارنة مع أساليب تحليل مختلفة كما هو بدراسة ناهض المبحوح، مهدي (٢٠١٨).

التي قارن فيها بين استخدام نماذج ARFIMA وأسلوب الشبكات العصبية الاصطناعية ANN للتنبؤ بأسعار البترول الخام في ولاية تكساس الأمريكية. كذلك دراسة عبد الشكور سعيد الطويل، سارية (٢٠١٩) التي أوضحت الدمج بين نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية الكسرية ARFIMA و أسلوب الشبكات العصبية الاصطناعية ANN بالاعتماد على بيانات سلسلة زمنية شهرية لأسعار القمح العالمية.

ويهدف هذا البحث إلى توضيح خطوات تحليل السلسلة الزمنية بداية من معرفة نوع السلسلة من حيث كونها قصيرة الذاكرة أو طويلة الذاكرة، دراسة وتحليل السلسلة الزمنية لمؤشر البورصة المصرية EGX30 وذلك من خلال نموذج ARFIMA وبناء أفضل نموذج للتنبؤ يمكن الاعتماد عليه لبيانات مؤشر البورصة المصرية EGX30.

وقد تم تقسيم الدراسة في هذا البحث على النحو التالي، تم تخصيص الفصل الثاني لعرض طرق الكشف عن الذاكرة الطويلة في السلاسل الزمنية، أما الفصل الثالث فقد تم تخصيصه للتعرف على نماذج ARFIMA، وتم عرض طرق تقدير نماذج ARFIMA في الفصل الرابع، وتضمن الفصل الخامس مرحلة تشخيص النموذج، أما الفصل السادس فقد تم فيه عرض مرحلة التنبؤ، وتم عرض الدراسة التطبيقية الخاصة بالبحث في الفصل السابع وأخيراً الفصل الثامن الذي يتضمن النتائج والتوصيات الخاصة بالدراسة.

٢- الكشف عن الذاكرة الطويلة في السلاسل الزمنية Detecting Long Memory in Time Series

ويتم ذلك بعدة طرق نذكرها فيما يلي:

١-٢ تحليل R/S (Rescaled Range)

الهدف من إحصائية R/S هي حساب معامل هورست الذي يسمح بترتيب السلاسل الزمنية بدلالة طبيعة ذاكرتها.

إن الفكرة الأساسية لإحصائية R/S هي مقارنة القيم الدنيا والقصوى للمجاميع الجزئية للانحرافات بين السلسلة الزمنية ومتوسطها الحسابي مقسوما على انحرافها المعياري، وفي عمليات الذاكرة الطويلة تكون الانحرافات أكبر من عمليات الذاكرة غير الطويلة.

إذا كانت السلسلة الزمنية X_t حيث $t=1, 2, \dots, n$ ومتوسطها \bar{X}_n فإن الإحصائية R/S والتي يرمز لها بالرمز Q_n ، يتم حسابها على النحو التالي:

$$\frac{R_n}{S_n} = \frac{\max_{1 \leq K \leq n} \sum_{j=1}^K (X_j - \bar{X}_n) - \min_{1 \leq K \leq n} \sum_{j=1}^K (X_j - \bar{X}_n)}{\left[\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X}_n)^2 \right]^{1/2}} \quad (2-1)$$

K عدد المجاميع الجزئية بين مفردات السلسلة X_t ومتوسطها الحسابي \bar{X}_t .
 n عدد المشاهدات.

وضح Hurst العلاقة بين إحصائية R/S ومعامل هورست بالصيغة الآتية:

$$\frac{R_n}{S_n} = cn^H \quad (2-2)$$

ويمكن تقدير المعامل من خلال التحويل الآتي:

$$\log \frac{R_n}{S_n} = \log C + H \log n$$

وبالتالي

$$H \cong \frac{\log \frac{R_n}{S_n}}{\log n} \quad (2-3) \text{ فإن}$$

٢-٢ طريقة التباين المجمع (Aggregated variance method)

من الخصائص الرئيسية لعمليات الذاكرة الطويلة أن تباين متوسطات العينات تتناقص ببطء مع زيادة حجم العينة. في هذه الطريقة نقوم بفرض أن السلسلة الزمنية (X_1, X_2, \dots, X_N) ، وطولها N يتم تقسيم السلسلة إلى مجموعات عددها N/m وحجم كلا منها m ، ويتم حساب متوسطات هذه العينات المجمعة كالتالي:

$$\bar{x} = x^{(m)}(k) = \frac{1}{m} \sum_{i=(k-1)m+1}^{km} x(i) \quad , k = 1, 2, 3, \dots, N/m \quad (2-4)$$

ويتم حساب تباين متوسطات العينات كالآتي:

$$s^2(m) = \frac{1}{N/m - 1} \sum_{k=1}^{N/m} (x^{(m)}(k) - E x^{(m)})^2 \quad (2 - 5)$$

حيث:

$$E (x^{(m)}) = \frac{1}{N/m} \sum_{k=1}^{N/m} x^{(m)}(k) \quad (2 - 6)$$

٣_٢ طريقة القيمة المطلقة (Absolute Value Method)

وتسمى أيضا بطريقة العزوم "Moment Method" حيث يتم تقسيم البيانات بنفس طريقة التباين المجمع لتشكيل عينات مجمعة.

كما هو موضح بالمعادلة (2-4)

وبدلاً من حساب تباين متوسطات العينة، فإن هذه الطريقة تقوم على أساس حساب القيم المطلقة للمتوسطات.

$$\frac{1}{N/m} \sum_{k=1}^{N/m} |\bar{x}_m(k)| \quad (2 - 7)$$

٤-٢ استخدام دالة الكثافة الطيفية (Spectral Density Function)

أبسط استخدام من خلال رسم دالة الكثافة الطيفية حيث نلاحظ تركز أغلب البيانات حول نقطة الصفر. كذلك يمكن استخدام طريقة البارودجرام "المخطط الدوري" (Periodogram method) وقد تم صياغة هذا المصطلح من قبل آرثر شوستر "Arthur Schuster" 1898، وقد قام كلاً من "Geweke and Porter-Hudek 1983" و "Hassler, U. 1993" باقتراح طريقة لتعريف دالة Periodogram كالآتي:

$$I(\lambda) = \frac{1}{2\pi N} \left| \sum_{j=1}^N x_j e^{ij\lambda} \right|^2 \quad (2 - 8)$$

$I(\lambda)$: تقدير الكثافة الطيفية للسلسلة الزمنية.

λ : تمثل التكرارات.

هو تقدير للكثافة الطيفية للرسم البياني الخاص بدالة *Periodogram* للسلاسل الزمنية ذات الذاكرة الطويلة وهو مشابه جداً في الشكل لدالة الكثافة الطيفية التي تخص نفس الحالة. تبين أن السلسلة التي تحتوي على (LRD) بالتبعية تحتوي على *Periodogram* والذي يتناسب مع $|\lambda|^{1-2H}$ ويقترب من نقطة الأصل.

٥-٢ طريقة مقدر واتيل Whittle estimator

يستند مقدر واتيل على دالة Periodogram وتم عرضه من قبل (Taqqu and Teverovsky, 1998)

$$Q(\eta) = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{I(\lambda)}{f(\lambda, \eta)} \quad (2-9)$$

$I(\lambda)$ هي دالة Periodogram، $f(\lambda, \eta)$ هي دالة الكثافة الطيفية على التكرار، λ و η يشير إلى اتجاه المعلومات غير المعروفة. مقدر واتيل هو قيمة η التي تقلل الدالة Q . عند التعامل مع عمليات ARFIMA تعتبر η هي ببساطة المعلمة H أو d ، إذا كان من المفترض أن تكون السلسلة $ARFIMA(p, d, q)$ ، فإن η تشمل أيضا المعاملات غير المعروفة من الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة.

تختلف هذه الطريقة عن الطرق السابقة في أنها ليست طريقة بيانية، تعتبر ضمن الطرق المعلمية كما

يبين

"Fox and Taquq 1986" المستخدمة في تقدير معلمة التكامل الكسري d ويرمز لها بالرمز \widehat{d}_w في بعض الدراسات.

٦-٢ طريقة تباين البواقي (Variance of residuals method)

تسمى أيضا بطريقة peng بينغ واقترحت من قبل كلاً من (Taqqu and Teverovsky, 1998) في هذه الطريقة تنقسم السلسلة الزمنية إلى مجموعة من العينات بحجم m ، داخل كل عينة يتم حساب المجاميع الجزئية للسلسلة ومن ثم توفيق خط المربعات الصغرى $(a+bt)$ داخل كل عينة وحساب تباين العينة للبواقي.

$$\frac{1}{m} \sum_{t=1}^m (y(t) - a - bt)^2 \quad (2-10)$$

يتم تكرار الإجراء لكل من العينات، ومتوسط تباينات العينة الناتجة، ومن خلال القيام بذلك يمكننا الحصول على خط مستقيم مع ميل $2H$ إذا تم رسم النتيجة على مقياس $\log - \log$ مقابل m . ثم يتم مقارنة قيم H للاستدلال على وجود الذاكرة الطويلة.

٣- التعرف على النموذج

عمليات ARFIMA هي تعميم طبيعي من عمليات $ARIMA(p,d,q)$ ، ويقال أن السلسلة y_t تتبع نموذج ARFIMA إذا كان

$$\varphi_p(L)(1-L)^d y_t = \theta_q(L)\varepsilon_t \quad (3-1)$$

ε_t الخطأ العشوائي بمتوسط صفر وتباين ثابت σ^2 .

$d \in [-0.5, 0.5]$ عدد حقيقي

L معامل التأخير.

كثيرات حدود بالنسبة لمعامل التأخير L لكلا من $AR(p), MA(q)$ علي التوالي.

$$\varphi_p(L) = 1 + \varphi_1(L) + \dots + \varphi_p(L)^p$$

$$\theta_q(L) = 1 + \theta_1(L) + \dots + \theta_q(L)^q$$

$(1 - L)^d$ معامل التأخير للفروق الكسرية ويمكن حسابه من خلال ذي الحدين كالاتي:

$$(1 - L)^d = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{d}{k} L^k \quad (3 - 2)$$

$$\binom{d}{k} = \frac{\Gamma(d + 1)}{\Gamma(k + 1)\Gamma(d - k + 1)}$$

$$= 1 - dL - d(1 - d)\frac{L^2}{2!} - \dots - d(1 - d) \dots (j - d - 1)\frac{L^j}{j!} \quad (3 - 3)$$

وفيما يتعلق بقيمة d نلاحظ مايلي:

١- إذا كان $d > 0.5$ كل جذور كثيرة الحدود $\theta_q(L)$ تقع خارج دائرة الوحدة فإن y_t قابلة للانعكاس invertible وغير محدودة.

٢- إذا كان $d < -0.5$ كل جذور كثيرة الحدود $\varphi_p(L)$ تقع خارج دائرة الوحدة فإن y_t مستقرة.

٣- إذا كان $-0.5 < d < 0$ فإن y_t قابلة للانعكاس بذاكرة قصيرة وغير دائمة.

٤- إذا كان $0 < d < 0.5$ فإن y_t مستقرة بذاكرة طويلة ومستمرة وفي هذه الحالة تتناقص دالة الارتباط الذاتي (التي تعتبر موجبة) بوتيرة بطيئة نحو الصفر على شكل قطع زائد عندما تزيد عدد الفجوات k .

تتضمن نماذج ARFIMA جزءاً من نماذج ARMA التي توصف الارتباط قصير الأجل وكذلك معامل التكامل الكسري الذي يشرح الارتباط طويل الأجل، وترتبط الخصائص الأصلية لنماذج ARFIMA بشكل المركبة طويلة الأجل وبالتالي يمكن توصيف النموذج من خلال الاعتماد على السلسلة من النوع $ARFIMA(0, d, 0)$.

وتكون دالة الارتباط الذاتي لهذا النموذج كالاتي

$$\rho_k = \frac{\Gamma(k + d)\Gamma(1 - d)}{\Gamma(k - d + 1)\Gamma(d)} \quad (3 - 4)$$

وتكتب بالصيغة التقريبية الآتية:

$$\rho_k \sim \frac{\Gamma(1 - d)}{\Gamma(d)} k^{2d-1}$$

وتكتب دالة الكثافة الطيفية لهذا النموذج كالاتي:

$$f(w) = [2 \sin(\lambda/2)]^{-2d} \quad (3 - 5)$$

حيث $\lambda \in [0, \pi]$.

كما تكتب بالصيغة التقريبية الآتية:

$$f(w) = \lambda^{-2d}, |\lambda| \rightarrow 0$$

أ. سارة سعد البرعي؛ د. أمال السيد مبارك

ويعتبر مخطط ACF ذو أهمية كبيرة في تحديد ما إذا كانت العملية طويلة الذاكرة أم لا. هذا بالإضافة إلى أهمية الكثافة الطيفية للعملية في اكتشاف خاصية الذاكرة الطويلة نظرًا لأن لها قطبًا عند التردد صفر، أي أن الكثافة الطيفية $f(w)$ تميل إلى ما لا نهاية مع اقتراب w من الصفر. ومن ثم فمن خلال فحص كل من ACF والكثافة الطيفية، يمكن تحديد العملية ذات الذاكرة الطويلة. ويلاحظ أن عندما $(0 < d < 1/2)$ فإن السلسلة تكون ذات ذاكرة طويلة، أما عندما $(d=0)$ تكون السلسلة ذات ذاكرة قصيرة الأجل، أما عندما $(-1/2 < d < 0)$ السلسلة ليست ذاكرة طويلة وفي الوقت نفسه لا تسلك سلوك السلسلة قصيرة الأجل $ARMA$ ولكنها تكون سلسلة متوسطة الذاكرة.

٤- تقدير نماذج ARFIMA:

في هذه المرحلة نفترض أن X_t عملية تتبع نموذج ARFIMA كما في المعادلة (3-1) التالية:

$$\varphi_p(L)(1-L)^d X_t = \theta_q(L)\varepsilon_t$$

وبافتراض أن $U_t = (1-L)^d X_t$ تتبع عملية $ARMA(p,q)$

حيث:

$$y_t = \frac{\varphi(L)}{\theta(L)} x_t$$

وهناك طرق متعددة بشأن تقدير نموذج ARFIMA، ويمكن تقسيم هذه الطرق إلى طرقٍ تقدر معلمة التكامل الكسري d بالاشتراك مع معاملات $ARMA$ القياسية لنموذج ARFIMA وتسمى طرق التقدير بمرحلة واحدة، وطرقٍ أخرى تقدر معلمة التكامل الكسري d بمفردها ومن ثم تقدير معاملات $ARMA$ في المرحلة التالية وتسمى طرق التقدير بمرحلتين.

و تعتبر طرق التقدير بمرحلة واحدة من بين أكثر الطرق فعالية في تقدير معلمة التكامل الكسري أو معلمة الذاكرة الطويلة (d) ، وسميت هذه الطريقة بهذا الاسم لأنه يتم فيها تقدير المعلمة d بالموازاة مع معاملات $ARMA$ لنموذج ARFIMA وتتطلب هذه الطريقة أن تكون السلسلة مستقرة أو يتم تحويلها إلى سلسلة مستقرة، ومن بين هذه الطرق الطريقة المقترحة من قبل (Sowell(1992) و (Tieslau(1996) وهي (Maximum likelihood) وتعتبر هذه الطريقة هي الأفضل من بين المقدرات الأخرى المقترحة في حالة وجود ذاكرة قصيرة المدى، حيث أن هذه الطريقة تسمح باستخدام كل المعلومات طويلة وقصيرة المدى المرتبطة بتصرف السلسلة. دالة الإمكان الأكبر لـ (Sowell(1992) تحتاج في حسابها إلى مصفوفة التباينات - التباينات المشتركة ومعكوسها.

كذلك من طرق التقدير بخطوة واحدة (MPL) Modified Profile Likelihood، (CSS)، (Conditional sum of squares).

غير أن أغلب الدراسات تتجه نحو استخدام طرق التقدير بمرحلتين نظرًا لسهولة تطبيقها، وقد تم استخدامها في هذا البحث.

في طرق التقدير بمرحلتين يتم تقدير معلمة التكامل الكسري d في المرحلة الأولى، وفي المرحلة الثانية يتم تقدير معالم $ARMA$ معلمة الانحدار الذاتي P ومعلمة المتوسطات المتحركة q للسلسلة المحولة التي تتميز بالتكامل الكسري ويتم تقديرهم بالاعتماد على الطرق التقليدية للسلاسل الزمنية.

وفيما يلي نستعرض بعض طرق التقدير بمرحلتين:

١-٤ طريقة Geweke and Porter-Hudak 1983(GPH)

تسمى بطريقة انحدار لوغاريتم المخطط الدوري "Log – Periodogram Regression" وهي من الطرق الأكثر شيوعاً لتقدير واختبار معلمة التكامل الكسري d لنموذج ARFIMA. تعتمد هذه الطريقة على معادلة انحدار تقريبية ثم الحصول عليها من لوغاريتم دالة الكثافة الطيفية. تعتمد هذه الطريقة على انحدار المربعات الصغرى في المجال الطيفي least square regression in the spectral domain وكذلك دالة الكثافة الطيفية $\lambda \rightarrow \infty$ ، $F_y(\lambda) \sim \lambda^{-2d}$.

ويمكن كتابة دالة الكثافة الطيفية لنموذج ساكن كالتالي:

$$F_y(\lambda) = \left[4 \sin^2 \left(\frac{\lambda}{2} \right) \right]^{-d} f_\varepsilon(\lambda) \quad (4-1)$$

حيث $f_\varepsilon(\lambda)$ دالة الكثافة الطيفية لـ ε يفترض أن تكون دالة محدودة ومستمرة على الفترة الزمنية $[-\pi, \pi]$.

ويتم تقدير d من خلال طريقة المربعات الصغرى بالمعادلة أدناه:

$$d_{\text{GPH}} = - \frac{\sum_{j=1}^{g(n)} (x_j - \bar{x})(y_j - \bar{y})}{\sum_{j=1}^{g(n)} (x_j - \bar{x})^2} \quad (4-2)$$

أوضح كلا من Agiakloglou, Newbold and Wohar (1992) أن مقدر GPH له تحيز كبير في العينة المحددة، وهو غير فعال عندما تكون ε_t عملية مستمرة في AR أو MA.

٢-٤ طريقة المخطط الدوري الممهّد Smoothed Periodogram

اقترح هذا المقدر من قبل Reisen (1994) ويشار إليه بـ \widehat{d}_{sp} ، ويتم الحصول على مقدر الانحدار هذا عن طريق استبدال دالة الكثافة الطيفية السابق ذكرها بدالة المخطط الدوري الممهّد "the smoothed periodogram function" باستخدام نافذة بارزين للتباطؤ "the Parzen lag window" لتقدير المعلمة d بالاستناد إلى المخطط الدوري الممهّد والتي تكون بالشكل التالي:

$$\ln f_s(\lambda_i) = \ln f_\varepsilon(0) - d \ln \left[4 \sin^2 \left(\frac{\lambda}{2} \right) \right] + \ln \left(\frac{f_\varepsilon(\lambda)}{f_\varepsilon(0)} \right) + \ln \frac{f_s(\lambda_i)}{F_y(\lambda)} \quad (4-3)$$

حيث $\ln f_s(\lambda_i)$ يعرف بالمخطط الدوري الممهّد، وبمقارنة المعادلة السابقة بمعادلة خط الانحدار كما في الطريقة السابقة نحصل على تقدير d بالكيفية نفسها من خلال طريقة المربعات الصغرى ols

٣-٤ مقدر Robinson

هو مقدر GPH مع تعديلات بسيطة اقترحها (Robinson) ويشار إليه بـ \widehat{d}_{pr} ، هذا المقدر

ينحدر "regresses" من $\ln \lambda_i$ على $\ln(2 \sin(\frac{\lambda_i}{2}))^2$ ،

$$i = L, L + 1, \dots, g(n)$$

حيث i هي نقطة الاقتران السفلية التي تميل إلى اللانهاية ببطء أكثر من $g(n)$

أ. سارة سعد البرعي؛ د. أمال السيد مبارك

اشتق Robinson بعض النتائج التقريبية لـ \hat{d}_{pr} عندما $d \in (-0.5, 0.5)$ وأظهر أن هذا المقدر أقل فعالية من مقدر "Gaussian maximum likelihood"، يعتمد اختيارنا لعرض النطاق الترددي $g(n)$ الآن على الصيغ المشتقة في (Robinson 1994, p445)، وهو الأمثل بمعنى أنه يقلل متوسط الخطأ التربيعي لمقدر المخطط الدوري "unlogged periodogram" غير المقيد إلى الحد الأدنى. دالة $g(n)$ تعطي بالعلاقة:

$$g(n) = \begin{cases} A(d, \tau) n^{\frac{2\tau}{2\tau+1}} & , 0 \leq d \leq 0.25 \\ (4-4)A(d, \tau) n^{\frac{\tau}{\tau+1-2d}} & , 0.25 \leq d \leq 0.5 \end{cases}$$

حيث $A(d, \tau)$ بحاجة إلى أن يتم اختيارهم بشكل مناسب، لا يمكن حساب هذا النطاق الترددي في الممارسة العملية، لأنه يتطلب معرفة المعلمة الحقيقية d . ومع ذلك يمكن قلب هذه المشكلة عن طريق استبدال المعلمة غير المعروفة d في الدالة $g(n)$ إما بتقدير \hat{d}_p أو \hat{d}_{sp} ، ومن ثم نستخدم $g(n)$ التي تفي بالشروط $\frac{g(n)}{n} \rightarrow 0$ و $\frac{\ln g(n)}{n} \rightarrow 0$

عندما $n \rightarrow g(n)$

ويمكن تلخيص خطوات تقدير النموذج على النحو التالي:

- ١- تقدير d في نموذج ARIMA(p,d,q) ويرمز له بالرمز \hat{d} .
- ٢- حساب $\hat{U}_t = (1 - L)^{\hat{d}} X_t$.
- ٣- استخدام اجراءات نموذج بوكس-جيبكينز "Box-Jenkins" لتعريف وتقدير المعلمات θ, φ في ARMA(p,q).
- ٤- حساب $\hat{y}_t = \frac{\hat{\varphi}(L)}{\hat{\theta}(L)} x_t$.
- ٥- تقدير d في نموذج ARFIMA(0,d,0) $\hat{y}_t = \varepsilon_t (1 - L)^{\hat{d}}$ ، قيمة \hat{d} التي تم الحصول عليها في هذه الخطوة الآن هي تقدير d الجديد.
- ٦- تكرار الخطوات من ٢ إلى ٥ حتى تتقارب تقديرات كلا من d, φ, θ . لتقدير d في هذه الخوارزمية، نستخدم طرق التقدير الموضحة سابقا.

٥- مرحلة تشخيص النموذج Diagnostic Checking

تهتم عملية التحقق من النموذج بالتحقق من البواقي الخاصة بالنموذج لمعرفة ما إذا كانت تحتوي على أي نمط منهجي لا يزال من الممكن إزالته لتحسين نموذج ARFIMA المختار. ويتم ذلك من خلال دراسة الارتباطات الذاتية والارتباطات الجزئية للبواقي لفترات تأخر مختلفة. من أهم الاجراءات والفحوصات المستخدمة في مرحلة التشخيص ما يلي:

١-٥ تحليل السكون "Stationarity Analysis"

سبق وذكرنا أهمية السكون بالنسبة للسلسلة الزمنية وبالتالي لابد من فحص تقديرات معالم الانحدار الذاتي التي تم الحصول عليها في المرحلة السابقة لكي تحقق الاستقرارية حيث تكون جذور

أ. سارة سعد البرعي؛ د. أمال السيد مبارك

المعادلة المميزة $\varphi(L) = 0$ تقع خارج دائرة الوحدة، فإذا كانت القيمة المطلقة لكل جذر من هذه الجذور أكبر من الواحد الصحيح فذلك يدل على سكون العملية العشوائية التي ولدت السلسلة المرصودة، أما إذا كانت القيمة المطلقة لأحدى هذه الجذور تقترب من الواحد فإن ذلك يدل على ضرورة أخذ فروق إضافية لتحقيق السكون .

٢-٥ تحليل الانعكاس "Invertibility Analysis"

لا يقل أهمية عن السكون فلا بد من فحص تقديرات معالم المتوسطات المتحركة للتأكد من أنها تحقق شرط الانعكاس بحيث تكون جميع جذور المعادلة $\theta(L) = 0$ تقع خارج دائرة الوحدة فإذا كانت القيمة المطلقة لجميع الجذور أكبر من الواحد الصحيح فإن ذلك يدل على انعكاس النموذج الأصلي، أما إذا كانت إحدى هذه الجذور تقترب من الواحد فإن ذلك يدل على استخدام فروق غير ضرورية.

٣-٥ تحليل البواقي "Residuals Analysis"

كما هو معروف فإن الأخطاء المقدرّة أو البواقي $\hat{\epsilon}_t$ هي الفرق بين مشاهدات السلسلة التي يتم تحليلها ولنكن x_t والقيم المقدرّة لهذه المشاهدات \hat{x}_t . فبعد التعرف على نموذج مبدئي وتقديرات المعالم يتم تطبيق بعض اختبارات الفحص على البواقي لمعرفة مدى ملاءمة النموذج وكونه أفضل نموذج أم لا؟ لذلك لا بد أن تكون البواقي المقدرّة تعكس الخصائص الرئيسية للمتغيرات العشوائية ϵ_t وهي أن متوسطها يساوي صفر وتباينها ثابت بالإضافة إلى عدم وجود ارتباط ذاتي بينهم.

للتأكد من عدم الاخلال بهذه الخصائص يتم اجراء بعض الفحوص والاختبارات ومنها ما يلي:

• رسم البواقي (Residuals Plot)

تعتبر الخطوة الأولى والمهمة في تحليل البواقي حيث يخصص المحور الأفقي للزمن والمحور الرأسي للبواقي المقدرّة $\hat{\epsilon}_t$ ، يعتبر رسم البواقي من الاختبارات المهمة حيث تظهر الملامح الأساسية للبواقي مثل "اتجاه عام - تشتت - بيانات شاذة" بطريقة لا تستطيع الاختبارات الاحصائية كشفها ، فإذا كان النموذج مناسباً يمكن أن نتوقع انتشار البواقي على شكل شريط مستطيلي حول الصفر موازياً للمحور الأفقي، فإذا كان هناك اتجاه عام بالزيادة أو بالنقصان يمكن استنتاج ارتباط البواقي مع بعضها، وكذلك يمكن فحص ثبات التباين إذا وجدنا أن تقلبات البواقي في منطقة أعلى من غيرها بشكل واضح، وقد يكون ذلك محفزاً لفحص وجود قيم شاذة في السلسلة.

• اختبار بوكس-بييرس (Box-Pierce Test)

يقوم هذا الاختبار على اختبار الفروض الاتية:

H_0 : قيم البواقي المقدرّة مستقلة "عشوائية".

H_1 : قيم البواقي المقدرّة غير مستقلة "غير عشوائية"

اثبت بوكس وبييرس أنه إذا كان النموذج الذي تم اختياره ملائماً فإن الإحصاءة Q التي تعرف كما يلي:

$$Q_{PB} = n \sum_{k=1}^j \hat{\rho}_{\hat{\epsilon}_t}^2(k) \quad (5-1)$$

يتم مقارنة الإحصاءة Q مع توزيع χ^2 بدرجات حرية $(j-p-q)$ فإذا كانت قيمة

$$Q \leq \chi^2$$

في هذه الحالة يتم قبول الفرض العدمي بأن البواقي المقدرّة مستقلة "عشوائية".

أ. سارة سعد البرعي؛ د. أمال السيد مبارك

ولكن Liung and Box 1978 قاما بتعديل ذلك الاختبار ليأخذ الشكل

$$Q_{LB} = n(n+2) \sum_{k=1}^j \frac{\hat{\rho}_{\varepsilon_t}^2(k)}{n-k} \quad (5-2)$$

والذي يتبع أيضا توزيع χ^2 فإذا تم قبول فرض العدم فهذا يدل على عدم معنوية معاملات الارتباط الذاتي التي تم أخذها في الحسبان وبالتالي فإن ذلك يدل على عشوائية البواقي وبالتالي النموذج المقدر يمكن اعتباره نموذجا ملائما للبيانات.

ولكن يعاب على اختبار Q أنه يتأثر بعدد معاملات الارتباط الذاتي للعينه محل الدراسة، فقد تتغير نتائجه تبعاً لعدد المعاملات.

- فحص دالة الارتباط الذاتي للبواقي ACF of Residuals لابد أن تكون دالة الارتباط الذاتي خالية من أي تنوعات وتقع جميعها داخل مجال المعنوية "فتره الثقة"، ويتم فيها فحص كل معامل ارتباط ذاتي على حده.

٦ - مرحلة التنبؤ The Prediction

هي المرحلة الأخيرة من مراحل بناء النموذج ولا يمكن الوصول إليها إلا بعد الفحوص والاختبارات الخاصة بتشخيص النموذج، في هذه المرحلة يمكن الحصول على القيم المتوقعة للسلسلة محل الدراسة. تستخدم في هذه المرحلة معايير التقييم Evaluation Criteria التي تشير إلى دقة النموذج وقدرته على توليد بيانات ذات كفاءه، ونذكر فيما يلي بعض هذه المعايير المستخدمة في ذلك:

٦-١ معيار اكاكي للمعلومات (AIC) Akaike Information Criterion

هو مقياس لمدى ملاءمة النموذج الإحصائي. يقترح قياس مدى ملائمة بعض النماذج الخاصة من خلال خطأ الملائمة balancing the error of the fit مع عدد المعلمات في النموذج.

يمكن تعريف معيار AIC كالآتي:

$$AIC = 2k - 2 \ln(L) \quad (6-1)$$

K: عدد المعالم في النموذج الإحصائي.

L: هي القيمة القصوى لدالة الاحتمال للنموذج المقدر "the maximized value of the likelihood function for the estimated model".

يكون النموذج الملائم هو الذي يكون له أقل قيمة محسوبة ل AIC.

٦-٢ جذر متوسط مربعات الأخطاء "RMSE" Root Mean Square Errors

لحساب RMSE، نحتاج أولاً إلى تحديد البواقي. البواقي هي الفرق بين القيم الفعلية والقيم التقديرية، ويشار إليها

$y_i - \hat{y}_i$ حيث y_i هي القيم الفعلية للمشاهدات و \hat{y}_i هي القيم المتوقعة.

من الممكن أن تكون هذه الفروق موجبة أو سالبة بناءً على ما إذا كانت القيم المتوقعة تقل أو تزيد عن القيم الفعلية.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2}{n}} \quad (6-2)$$

أ. سارة سعد البرعي؛ د. أمال السيد مبارك

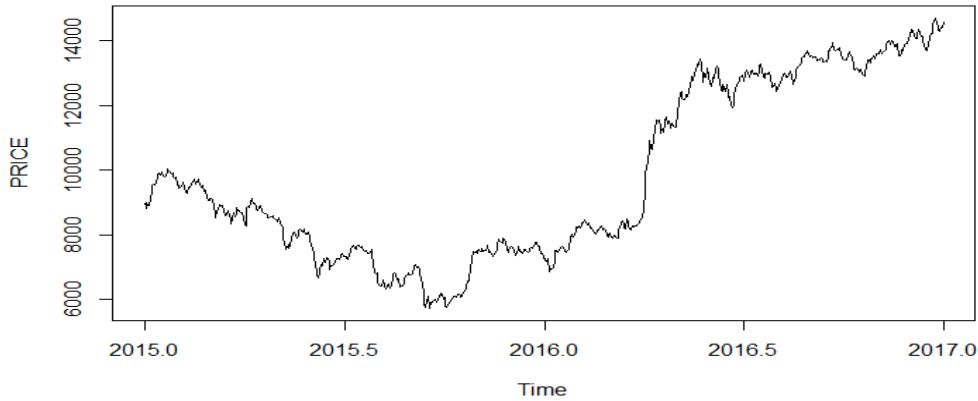
يمتاز هذا المعيار عن غيره بسهولة خصائصه الإحصائية لذلك يعتبر من أهم المعايير التي تقيس دقة التنبؤ.

٧- الدراسة التطبيقية^١

يحتوي هذا الجزء على كافة الإجراءات العملية لتحليل السلسلة الزمنية الخاصة بمؤشر EGX30 - عينه البحث- والتي سوف نستعرض من خلالها خطوات الحصول على نموذج ARFIMA المناسب بداية من التعرف على نوع السلسلة من حيث سكونها ونوع ذاكرتها وتقدير النموذج والمفاضلة بين عدة نماذج بدرجات مختلفة لاختيار أفضل نموذج يمكن استخدامه في عملية التنبؤ بالمستقبل. تتكون السلسلة الزمنية محل الدراسة من ٧٣١ مشاهدة يومية ممتدة من شهر يناير ٢٠١٥ إلى شهر ديسمبر ٢٠١٧، حيث تمثل سعر مؤشر EGX30 وهي سلسلة يومية. وقد تم تقسيم السلسلة إلى جزئين الأول يتضمن ٧٢٠ مشاهدة استخدمت بهدف تقدير النموذج، والجزء الثاني من السلسلة استخدم بهدف دراسة دقة التنبؤ.

٧-١ دراسة أولية لطبيعة السلسلة واختبارات الاستقرار الخاصة بها:

في هذا الجزء سيتم التعرف على ما إذا كانت السلسلة محل الدراسة مستقرة أم لا. ويوضح الشكل (١) لنا القيم اليومية للسلسلة الزمنية محل الدراسة، ويتضح لنا وجود اتجاه عام متزايد، مما يعني أن السلسلة الزمنية غير مستقرة. وفيما يلي نستعرض عددا من الاختبارات للتأكد من مدى استقرار السلسلة.

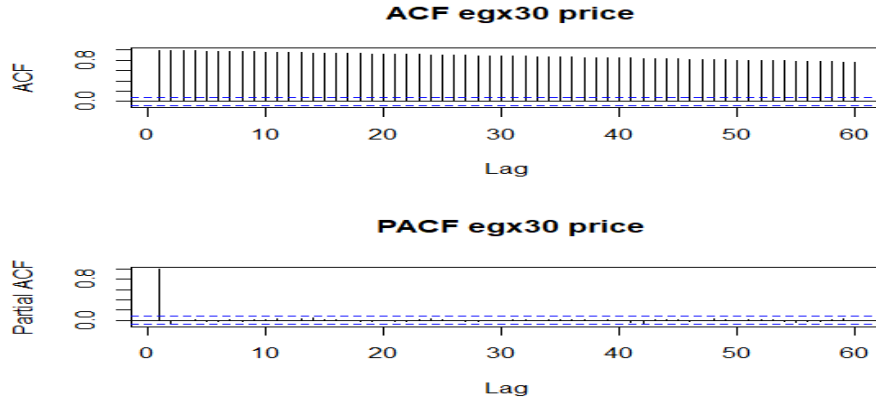


شكل (١) رسم السلسلة الاصلية لمؤشر EGX30

^١ تم استخدام البرامج الإحصائية R,SPSS,EVIEWS

١-٧-١ دالة الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي (ACF, PACF) :

يوضح شكل (٢) دالتي الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي، حيث تتناقص دالة الارتباط الذاتي تناقصاً تدريجياً، وجميع القيم تقع خارج حدود الثقة، مما يشير إلى عدم استقرار السلسلة.



شكل (٢) داله الارتباط الذاتي والجزئي للسلسلة الأصلية

بما أن هذه الاختبارات البيانية تعتمد على المشاهدة بالعين المجردة والتحليل وهذا ما يجعل نتائجها غير دقيقة لذلك نلجأ إلى الاختبارات الإحصائية لتأكيد هذه النتائج أو نفيها.

٢-١-٧ اختبارات جذر الوحدة:

من خلال اختبار Augmented Dickey–Fuller Test (ADF)، و اختبار Phillips - Perron Test (PP) يمكن فحص استقرار السلسلة من خلال الفرض العدمي القائل بوجود جذور الوحدة "السلسلة غير مستقرة" مقابل الفرض البديل القائل بأن السلسلة مستقرة ولا توجد جذور الوحدة.

جدول (١) نتائج اختبارات ADF, pp لسلسلة EGX30

الاختبار	المعنوية	الحالة
Augmented Dickey–Fuller Test (ADF)	0.63	غير مستقرة
Phillips - Perron Test (PP)	0.90	غير مستقرة

كانت قيمة p-value لكلا الاختبارين أكبر من 0.05، وبالتالي تم قبول الفرض العدمي القائل بأن سلسلة بيانات مؤشر EGX30 غير مستقرة.

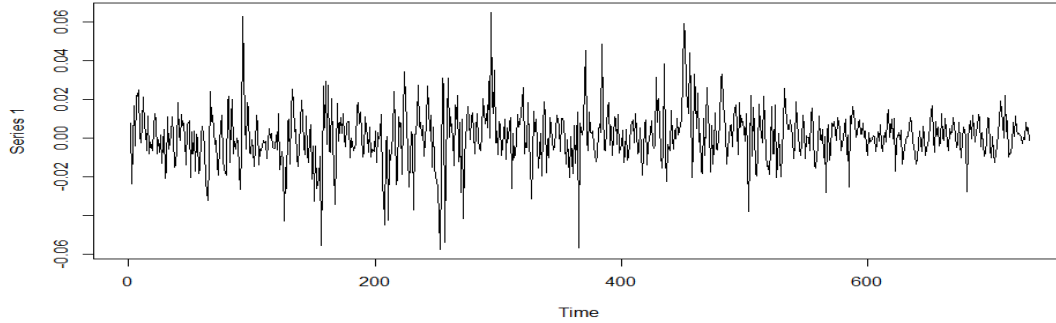
٢-٧ التعرف على نموذج ARFIMA:

في هذا القسم نقدم تطبيقاً لعمليات الذاكرة الطويلة حيث سنقوم بتحليل السلسلة لإيجاد نموذج التنبؤ الأفضل من بين نماذج ARFIMA التي يمكن استخدامها للتنبؤ بالقيم المستقبلية خاصة عندما يكون أفق التنبؤ كبيراً.

أ. سارة سعد البرعي؛ د. أمال السيد مبارك

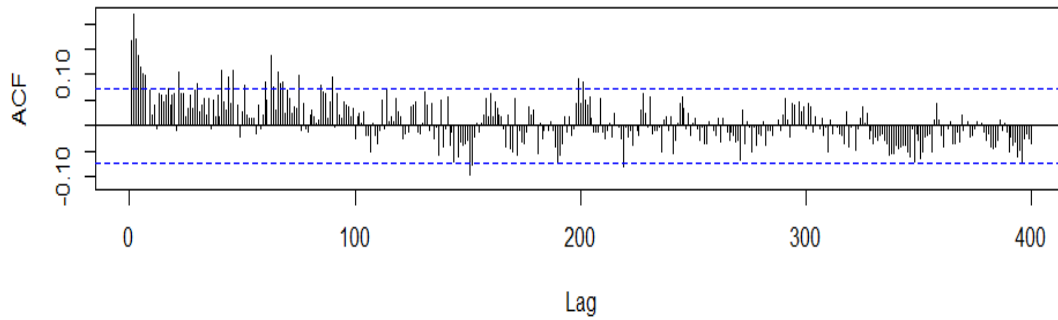
نقوم بالتحقق في كل من السلسلة الأصلية لأسعار المؤشر وسلسلة العوائد returns (المعرفة على أنها الفرق الأول للوغاريتم البيانات)، اتضح أن عوائد الأسعار تظهر خصائص إحصائية أكثر جاذبية من أسعار الأصول نفسها لذلك من المنطقي إحصائياً تحليل بيانات عوائد الأسعار بدلاً من سلسلة الأسعار. في الشكل (١) و (٢) تم عرض السلسلة الأصلية وكذلك دالة الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي، وتبين من خلالهم أن السلسلة غير مستقرة وتم التأكد من ذلك من خلال اختبارات الاستقرار ومن خلال رسم دوال الارتباط الذاتي تبين أحد خصائص الذاكرة الطويلة وهي أن دالة الارتباط الذاتي تتناقص بشكل تدريجي ببطء حتى تصل إلى الصفر وفي هذه الحالة يفضل أخذ الفروق الكسرية لتسكين السلسلة ومن ثم بناء نموذج ARFIMA.

رسم بياني لسلسلة عوائد أسعار المؤشر Returns:

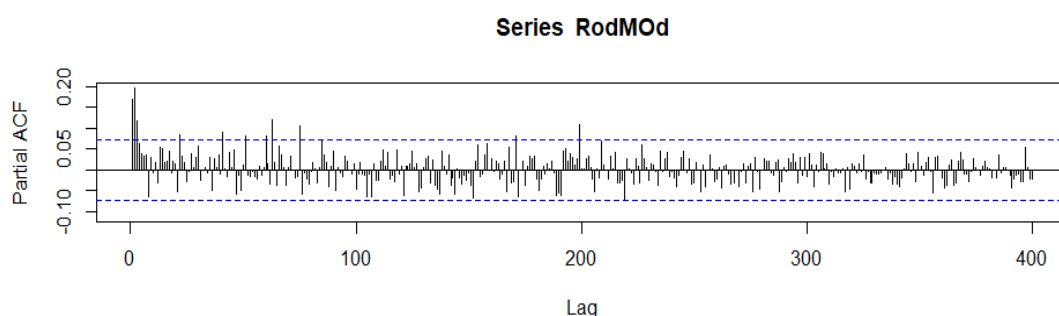


شكل (٣) رسم سلسلة عوائد الأسعار Returns

Series RodMOd



شكل (٤) رسم الارتباط الذاتي للقيم المطلقة للعوائد



شكل (٥) رسم الارتباط الذاتي الجزئي للقيم المطلقة للعوائد

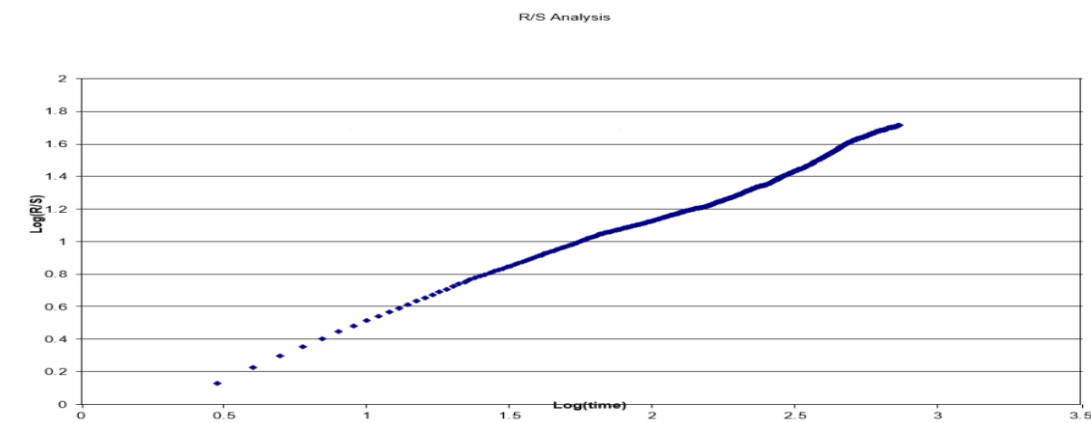
المخططان (٤)، (٥) يرسمان أول ٤٠٠ قيمة من معاملات الارتباط الذاتي ومعاملات الارتباط الذاتي الجزئي للعوائد المطلقة على التوالي. تُظهر الارتباطات الذاتية نمطاً واضحاً من الاستمرارية والتناقص البطيء الذي هو إحدى خواص عملية الذاكرة الطويلة.

وفيما يلي تطبيق لبعض طرق الكشف عن الذاكرة الطويلة بالسلسلة الزمنية:

١-٢-٧ رسم R/S

يمكن اعتبار ميل الخط المستقيم في الشكل (٦) مقياساً للتفريق بين عمليات الذاكرة القصيرة والذاكرة الطويلة حيث أنه في معظم عمليات الذاكرة القصيرة يتجه فيها هذا الميل نحو 0.5، بينما في عمليات الذاكرة الطويلة يكون الميل أكبر من 0.5.

نلاحظ من خلال رسم R/S لسلسلة أسعار مؤشر EGX30 أن ميل الخط أكبر من 0.5 مما يشير إلى وجود ذاكرة طويلة المدى في بيانات السلسلة.



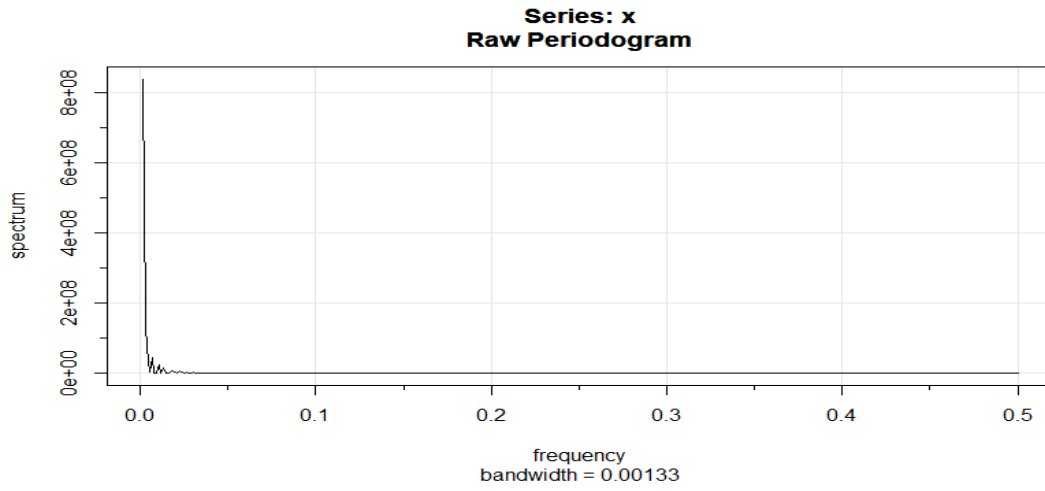
شكل (٦) رسم R/S

٢-٢-٧ رسم دالة الكثافة الطيفية

من خلال دالة الكثافة الطيفية نستطيع التحقق من وجود ذاكرة طويلة في السلسلة الزمنية من خلال التركيز النسبي للتكتلات حول الصفر.

الشكل التالي يظهر كثافة الاحتمال للسلسلة الزمنية لمؤشر EGX30 مع وجود تكتلات حول الصفر وهو ما يشير إلى وجود ذاكرة طويلة في السلسلة.

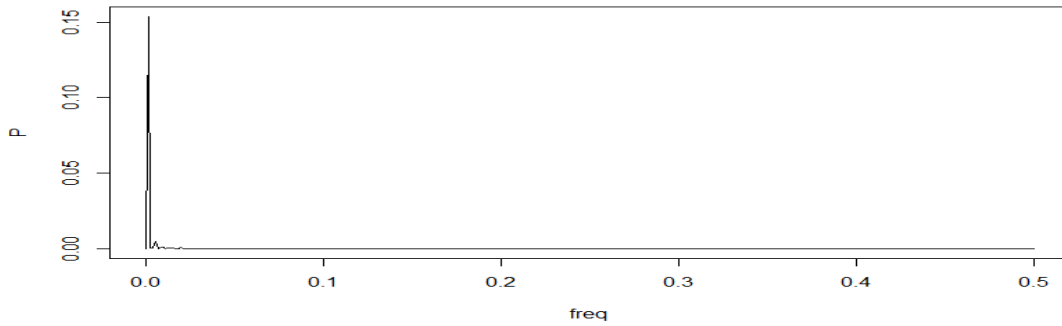
أ. سارة سعد البرعي؛ د. أمال السيد مبارك



شكل (٧) رسم دالة الكثافة الطيفية

٣-٢-٧ رسم دالة Periodogram

كما أوضحنا سابقاً فهو تقدير للكثافة الطيفية، لذلك فإن الشكل البياني الخاص بدالة periodogram يكون مشابه لرسم دالة الكثافة الطيفية.



شكل (٨) رسم دالة Periodogram

٤-٢-٧ تطبيق اختباري R/S، Whittle Estimator

يوضح الجدول التالي نتائج حساب معامل هورست (Hurst exponent) والذي يسمح بترتيب السلاسل الزمنية بدلالة ذاكرتها من خلال اختباري R/S و Whittle Estimator.

جدول (٢) طرق حساب معامل هورست

Method	R/S	Whittle estimator
H	0.67	0.63

نلاحظ من جدول (٢) أن جميع قيم المعامل H جاءت أكبر من 0.5، مما يدل على وجود ذاكرة طويلة في سلسلة مؤشر EGX30.

أ. سارة سعد البرعي؛ د. أمال السيد مبارك

بناءً علي ما سبق فإنه يمكن استخدام نموذج الذاكرة الطويلة، الذي يتضمن تقدير المعلمة d في حدود الفترة (0,0.5) من خلال نموذج ARFIMA(p,d,q).

٣-٧ طرق تقدير معلمة الفروق الكسرية (d) :

هناك عدة طرق لتقدير واختبار الفروق الكسرية، بعضها معلمي والآخر شبه معلمي. في دراستنا هذه اعتمدنا في تقديرنا لإيجاد الفروق الكسرية علي ثلاث من هذه الطرق . الجدول التالي يوضح قيم الفروق الكسرية بالطرق الثلاث :

جدول (٣) طرق تقدير d

d	الطريقة
0.17	تحليل R/S
0.27	Gewek and porter -Hudak (GPH)
0.21	Sperio Estimate (dSperio)

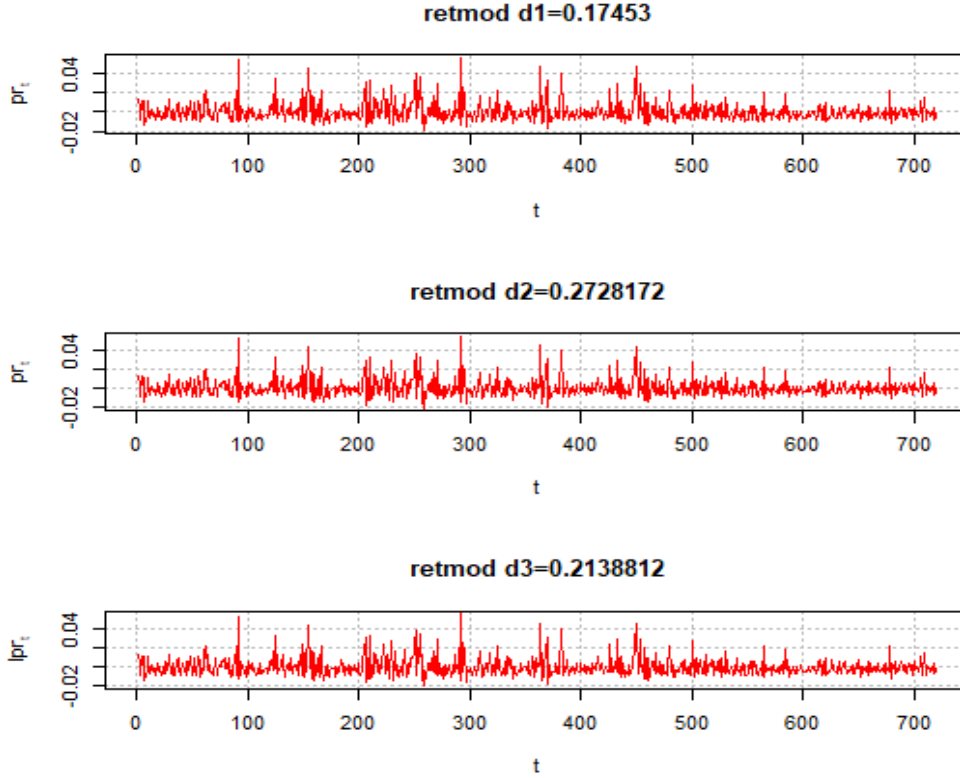
من الجدول (٣) تبين أن جميع قيم d المقدره تقع في الفترة من $0 < d < 0.5$ ، وبالتالي يمكننا استخدام تلك التقديرات لاختبار التقدير الأمثل لنموذج ARFIMA. وسوف نقوم بإجراء اختبارات الاستقرارية الخاصة بالسلسلة محل الدراسة بعد ادخال قيم الفروق الكسرية الثلاث، ونقوم بإجراء الاختبار لكل فرق كسري.

فيما يلي نتائج اختبارات الاستقرارية لجميع طرق التقدير المستخدمة:

جدول (٤) اختبارات الاستقرارية لطرق تقدير d

الاختبار	طريقة تقدير d	القيمة	المعنوية	الحالة
ديكي- فولر ADF	تحليل R/S	-8.93	0.01	مستقرة
	GPH	-9.584	0.01	مستقرة
	DSperio	9.1942	0.01	مستقرة
فيليب- بيرون PP	تحليل R/S	-846.65	0.01	مستقرة
	GPH	-856.63	0.01	مستقرة
	DSperio	-851.83	0.01	مستقرة

بناءً علي ما سبق من اختبارات الاستقرارية الخاصة بطرق تقدير d والموضحة بجدول (٤) تبين أن تقديرات الفرق الكسري d تحقق استقرار السلسلة الزمنية محل الدراسة وذلك بجميع اختبارات الاستقرارية.



شكل (٩) السلسلة الزمنية لعوائد الأسعار بعد أخذ الفروق الكسرية لكل تقدير

٤-٧ مرحلة التشخيص:

في هذه المرحلة نقوم بتقدير جميع بدائل النموذج لكل طريقة من طرق تقدير الفرق الكسري الثلاث، ومن ثم يتم المفاضلة بين النماذج المختاره بناءً علي العديد من المعايير مثل $AIC, BIC, RMSE$ ، حيث أن المعيارين AIC, BIC يستخدمهما للمفاضلة بين معالم النموذج، أما معيار $RMSE$ يستخدم للمفاضلة بين النماذج المختلفة من حيث دقة التنبؤ.

في الجدول التالي تقديرات معالم النماذج باستخدام طرق التقدير الثلاث لمعلمة d واستخدام معايير المقارنة للمفاضلة بينهم.

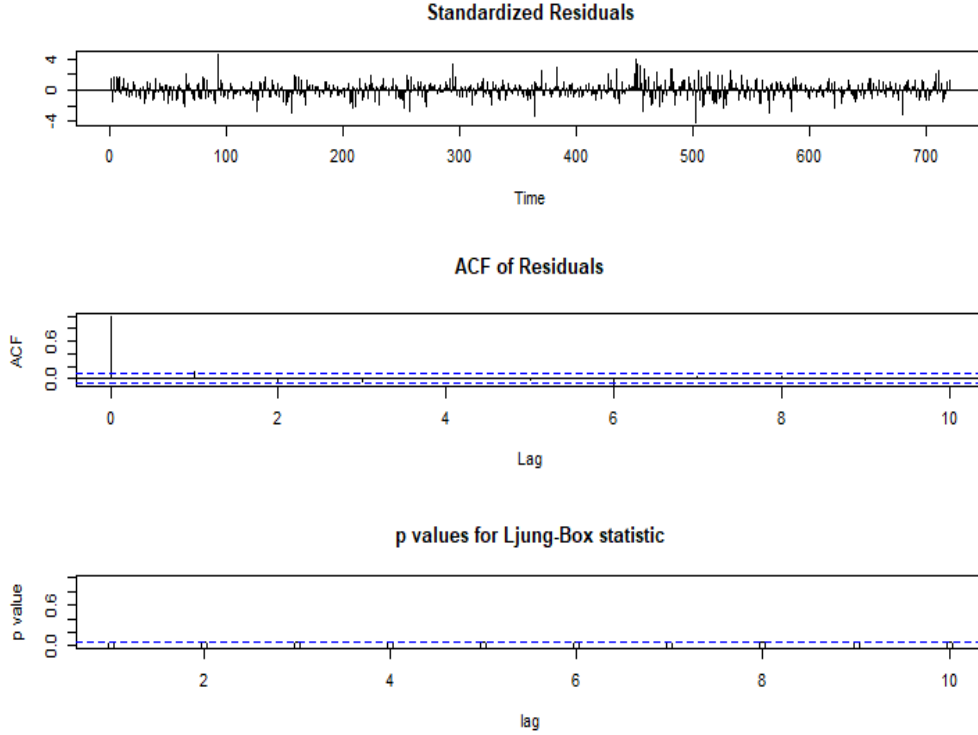
جدول (٥) تقدير معالم النماذج باستخدام طرق التقدير المختلفة ومعايير المقارنة بينهم

RMSE	BIC	AIC	(Sig)	θ_2	θ_1	φ_2	φ_1	النموذج	الفرق الكسري
0.00934	-4666.32	-4680.06	(0.03)	----	---	---	-0.17	(1,d,0)	d=0.27
0.00935	-4665.25	-4678.99	(0.03)	----	-0.16	---	---	(0,d,1)	حسب تقدير GPH
0.00934	-4659.99	-4678.3	$\theta_1(0.03)$ $\theta_2(0.03)$	0.042	-0.17	---	---	(0,d,2)	
0.00934	-4659.76	-4678.08	$\varphi_1(0.03)$ $\varphi_2(0.03)$	---	---	-0.005	-0.17	(2,d,0)	
0.00935	-4664.55	-4678.28	(0.03)	---	---	---	-0.119	(1,d,0)	
0.00936	-4663.54	-4677.27	(0.03)	---	-0.107	---	---	(0,d,1)	حسب تقدير dSperio
0.00934	-4659.95	-4678.27	$\theta_1(0.03)$ $\theta_2(0.03)$	0.064	-0.118	---	---	(0,d,2)	
0.00934	-4659.34	-4677.65	$\varphi_1(0.03)$ $\varphi_2(0.03)$	----	---	0.043	-0.113	(2,d,0)	
0.00935	-4661.36	-4675.09	(0.03)	---	---	---	-0.078	(1,d,0)	
0.00937	-4660.77	-4674.51	(0.03)	--	-0.06	---	---	(0,d,1)	حسب تقدير R/S
0.00934	-4658.78	-4677.09	$\theta_1(0.03)$ $\theta_2(0.03)$	0.078	-0.08	----	---	(0,d,2)	
0.00935	-4658.15	-4676.46	$\varphi_1(0.03)$ $\varphi_2(0.03)$	----	----	0.068	-0.073	(2,d,0)	
0.00944	-4644.58	-4662.9	$\varphi_1(0.03)$ $\varphi_2(0.03)$	--	--	0.1911	0.132	(2,1,0)	

بعد استخدام نماذج التقدير السابقة في التنبؤ وعرضها بالجدول السابق نلاحظ أن الاختلافات بسيطة جدا بين نتائج النماذج المقدره من حيث معايير المفاضلة بينها، وكان نموذج ARFIMA (1,0.27,0) هو الأفضل وذلك بالأخذ في الاعتبار قيمة كل من AIC و BIC و RMSE. وبمقارنة نموذج ARFIMA (1,0.27,0) مع نموذج ARIMA (2,1,0) كان نموذج ARFIMA الأفضل من حيث معايير دقة التنبؤ، وبالتالي يمكن القول أن نموذج ARFIMA هو الأفضل للتنبؤ في هذه الدراسة. وفيما يلي تحليل للباقي الخاصة بنموذج ARFIMA (1,0.27,0)

أ. سارة سعد البرعي؛ د. أمال السيد مبارك

١- رسم البواقي للتأكد من أنها عبارة عن تغيرات عشوائية مستقلة بحتة، كذلك يتم رسم دالة الارتباط الذاتي الخاصة بالبواقي للتأكد من ذلك.



شكل (١٠): رسم لبواقي النموذج $ARFIMA(1,0.27,0)$ ودوال الارتباط الذاتي الخاصة بالبواقي

ويتضح من شكل (١٠) عدم وجود اي نمط معنوي للبواقي وانها تمثل سلسلة متغيرات عشوائية بحتة.

٢- اختبار بوكس-بيرس

في نتائج اختبار box-pierce كانت قيمة $p\text{-value}=0.9722$ أكبر من 0.05 وبالتالي فإنه يدل على عشوائية البواقي ومن ثم فإن النموذج المقدر يعتبر نموذج ملائم للبيانات.

٧-٥ مرحلة التنبؤ:

بعد نجاح نموذج $ARFIMA(1,0.27,0)$ في اجتياز الاختبارات التشخيصية واختياره على أنه أفضل نموذج ممثل للبيانات موضع الدراسة؛ فقد تم استخدامه في التنبؤ بالقيم المطلقة لعوائد الأسعار. وقد أشارت التنبؤات الى وجود انخفاض في قيم العوائد المتوقعة لأسعار مؤشر الأسهم في البورصة المصرية.

أ. سارة سعد البرعي؛ د. أمال السيد مبارك

جدول (٦) القيم الأصلية والمتوقعة للقيم المطلقة لعوائد الأسعار

م	القيم المطلقة لعوائد الاسعار	القيم المتوقعة للعوائد
١	0.0025172650	0.0007764502
٢	0.0002717576	0.0002657436
٣	0.0029252717	0.0000816328
٤	0.0002724796	0.0001141573
٥	0.0008858302	0.0001084116
٦	0.0082824642	0.0001094267
٧	0.0035094860	0.0001092473
٨	0.0053752733	0.0001092790
٩	0.0012069198	0.0001092734

النتائج والتوصيات:

باستخدام السلسلة المكونة من ٧٣١ مشاهدة يومية تمثل قيمة مؤشر EGX30 في البورصة المصرية توصلت الدراسة إلى مجموعة من النتائج تتمثل فيما يلي:

- ١- اتضح من دراسة وتحليل السلسلة الزمنية لمؤشر EGX30 بالبورصة المصرية أنها سلسلة غير ساكنة حيث تتضمن اتجاه عام متزايد.
- ٢- تبين من خلال الاختبارات المختلفة لتحديد نوع الذاكرة أن السلسلة الزمنية لمؤشر EGX30 تتميز بخاصية الذاكرة طويلة المدى وهذا ما أوضحته نتائج الاختبارات الاحصائية لحساب وتقدير معامل هورست لسلسلة EGX30 الذي يحدد نوع السلسلة بدلالة ذاكرتها.
- ٣- بناءً على المعايير الاحصائية AIC, BIC, RMSE لنماذج ARFIMA المقدره تبين أن أفضل نموذج هو نموذج (1,0.27,0) ARFIMA وهذا ما أكدته كذلك جميع الفحوص والاختبارات التشخيصية الخاصة بالنموذج ومن ثم تم استخدامه للتنبؤ بالقيم المستقبلية للبيانات. وقد أشارت التنبؤات الى وجود انخفاض في قيم العوائد المتوقعة لأسعار مؤشر الأسهم في البورصة المصرية.
- ٤- تقدم الدراسة نموذجاً يعد بديلاً مناسباً للنماذج الاقتصادية الهيكلية وكذلك نماذج بوكس وجينكينز التقليدية؛ ومن ثم يمكن استخدامه للتنبؤ بالقيم المستقبلية للبيانات في مجالات التطبيق من هذا النوع.
- ٥- توصي الدراسة الباحثين المهتمين بهذا المجال ضرورة التأكد من نوع السلسلة الزمنية التي يتم دراستها والاهتمام بعمليات التكامل الكسرية ودراسة كيفية تعميمها خاصة فيما يتعلق بالمنطق الرياضي واشتقاق الدوال.

المصادر (References)

المصادر العربية

- ١- الصوص، محمد (٢٠١٤). "استخدام نماذج ARFIMA في التنبؤ بمؤشرات منظمة الأغذية والزراعة (الفاو)". رسالة ماجستير، جامعة الأزهر- غزة، فلسطين.
- ٢- بخالد، عائشة (٢٠١٥). اختبار كفاءة سوق نيويورك المالي عند المستوي الضعيف "دراسة حالة داوجونز الصناعي خلال الفترة من ١٩٢٨ إلى ٢٠١٤". أطروحة مقدمة لنيل شهادة الدكتوراه، الطور الثالث في العلوم المالية، جامعة قاصدي مرباح بورقلة، كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير، قسم العلوم التجارية.
- ٣- شعراوي، سمير (٢٠٠٥). مقدمة في تحليل السلاسل الزمنية"، جامعة الملك عبد العزيز، الرياض، السعودية.
- ٤- عاطف عدوان، أحمد (٢٠١٧). "استخدام نماذج ARFIMA في التنبؤ بأسعار القمح العالمية".
- ٥- عبد القادر، ساهد ومحمد، مكيدش (٢٠١٤). "استخدام نماذج الذاكرة الطويلة ARFIMA للتنبؤ بأسعار البترول"، مجلة البحوث الاقتصادية والمالية، JEFR، العدد 01.
- ٦- عبد الشكور سعيد الطويل -سارية (٢٠١٩). "استخدام نماذج ARFIMA-ANN الهجينه في التنبؤ بأسعار القمح العالمية".
- ٧- عبد الله الطيب، رقية (٢٠١٤). تحليل السلاسل الزمنية واستخدامه لبناء نماذج حوادث المرور في ولاية الخرطوم.
- ٨- عبد الرحمن، سعد، جاسم، مصطفى (٢٠١٥). "المقارنة بين طرائق تقدير معلمة الفروق الكسرية واعتمادها في تقدير أفضل نموذج خطي للسلسلة الزمنية في المجال البيئي".
- ٩- ناهض المبحوح، مهدي (٢٠١٨). دراسة مقارنة بين نموذجي ARFIMA و ANN في التنبؤ بأسعار البترول.
- ١٠- كتاب : شبيخي، محمد (٢٠١١). طرق الاقتصاد القياسي: محاضرات وتطبيقات، الطبعة الأولى، دار الحامد، الأردن، ٢٠١١.

المصادر الإنجليزية:

- 1-Alptekin, Nesrin (2007). "Long Memory Analysis of USD/TRL Exchange Rate", World Academy of Science, Engineering and Technology.
- 2-Bhardwaj, Geetesh and R. Swanson, Norman (2003). "An Empirical Investigation of the Usefulness of ARFIMA Models for Predicting Macroeconomic and Financial Time Series".
- 3-Burnecki, Krzysztof and Sikora, Grzegorz (2017). "Identification and validation of stable ARFIMA processes with application to UMTS data".
- 4- Caballero, Rodrigo & Jewson, Stephen and Brix, Anders (2002). "Long memory in surface air temperature: detection, modeling, and application to weather derivative valuation".
- 5- del Barrio Castroa, Tom's & Rodriguesb, Paulo M.M. and Taylorc, A.M. Robert (2013). "On the Behaviour of Phillips- Perron Tests in the Presence of Persistent Cycles".
- 6- Erfani, Alireza & Jafari, Ahmad and Samimi (2009). "Long Memory Forecasting of Stock Price Index Using a Fractionally Differenced Arma Model".
- 8- H. Sheng (2011). "On the robustness of Hurst estimators".

-
-
- 9- H., Sheng & Y. Q., Chen and T., Qiu (2011). "On the robustness of Hurst estimators, IET Signal Process", Vol. 5(2).
- 10- Hasegawa, et al (2013). "Pursuit Fractal Analysis of Time-Series Data".
- 11- Hurst, H. E. (1951), Long-term storage capacity of reservoirs, Trans. Am. Soc. Civ. Eng.
- 12- Hurst, H. E. (1957). A suggested statistical model of some time series which occur in nature, Nature
- 14- John W. Galbraith Victoria Zinde-Walsh, (2001). "Autoregression - Based for Estimators ARFIMA Models"
- 15- Lillo, Fabrizio and Farmer, J. Doyné (2004). "The Long Memory of the Efficient Market, Studies in Nonlinear Dynamics Econometrics", Volume 8, Issue 3.
- 16- Luis A. Gil-Alana (1999). "ESTIMATION OF FRACTIONAL ARIMA MODELS FOR THE UK UNEMPLOYMENT"
- 17- Montanari, Alberto & Rosso, Renzo and S. Taqqu, Murad (1997). "Fractionally differenced ARIMA models applied to hydrologic time series: Identification, estimation, and simulation".
- 18- Okereke O. E, Omekara C. O and L. U., Ukaegeu (2016). "Forecasting Liquidity Ratio of Commercial Banks in Nigeria".
- 19- Olatayo, T. O. and Adedotun, A. F., 2014. "On the test and estimation of fractional parameter in ARFIMA Model".
- 20- Omekara, C. O. & O. E., Okereke and L. U, Ukaegeu (2016). "Forecasting Liquidity Ratio of Commercial Banks in Nigeria",
- 21- Pan, Jeh-Nan and Chen, Su-Tsu (2008). "Monitoring long-memory air quality data using ARFIMA model"
- 22- Paul, Ranjit Kumar (2014). "Forecasting Wholesale Price of Pigeon Pea Using Long Memory Time-Series Models".
- 23- Reisen, Valderio & Abraham, Bovas and Lopes, Silvia. "Estimation of Parameters in ARFIMA, Processes": A Simulation Study.
- 24- Sowell, Fallaw (1992). "Maximum likelihood estimation of stationary univariate fractionally integrated time series models".
- 25- Sun, R., Chen, Y.Q., Li, Q. (2007). "The modeling and prediction of Great Salt Lake elevation time series based on ARFIMA".
- 26- T. Baillic, Richard (1996). "Long memory processes and fractional integration in econometrics".
- 27- Yap, G.L.C (2016). "Normalizing logarithms of Realized Volatility in an ARFIMA Model".
- 28- BOOK: palma, wilfredo (2007). "LONG-MEMORY TIME SERIES "Theory and Methods".

“The forecasting by using Fractional Autoregressive Integrated Moving Averages” ARFIMA (p,d,q)

(An Empirical Study)

Sara Saad Hassan Al Boraiei and Dr. Amal Al Sayed Mubarak

Summary:

In this research, the steps of time series analysis were studied and presented using Fractional Autoregressive Integrated Moving Averages "Long Memory Time Series Model" ARFIMA (p, d, q). Where the research includes a presentation of the graphic and computational methods used in the detection of "Long Memory Time Series" and the stages of identifying Fractional Autoregressive Integrated Moving Averages ARFIMA (p, d, q). Also, the various estimation methods and diagnostic tests to ensure the suitability of the model. The research aims to find a reliable model in predicting the prices of the EGX30 index in the Egyptian Stock Exchange and to clarify the steps for building the appropriate ARFIMA model, starting from testing the type of chain in terms of being short-memory or long-memory, by studying a time series that includes the period from January 1, 2015 to 31 December 2017. The study dealt with the methods of estimating the fractional integration parameter d, which was divided into two groups of methods; The first is one-stage estimation methods, and the second is two-stage estimation methods, which were used in the applied study. The results of the study showed that the ARFIMA model (1,0.27,0) is the best compared to the ARFIMA models with different parameters, as well as the traditional ARIMA models that were evaluated and tested in this study.

Keywords: time series analysis, ARFIMA model, prediction, long memory, EGX30 index, RMSE, AIC, hurst